

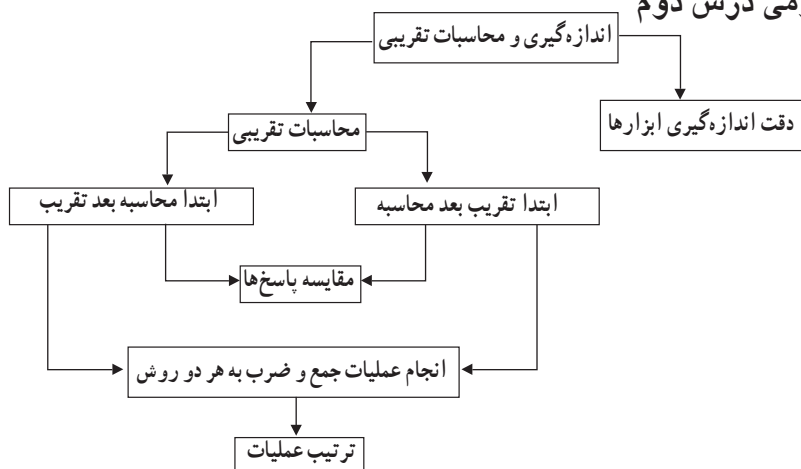


اندازه‌گیری و محاسبات تقریبی

اهداف

- ۱- برای هر نوع اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن از ابزار و میزان تقریب مناسب استفاده می‌کند.
- ۲- در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط از روش‌های (ابتدا محاسبه، سپس تقریب - ابتدا تقریب، سپس محاسبه)، به درستی استفاده می‌کند.
- ۳- اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی یک محاسبه را به دست می‌آورد.
- ۴- اختلاف بین پاسخ‌ها به روش‌های قطع کردن و گرد کردن در عملیات را باهم مقایسه می‌کند.
- ۵- مراحل ترتیب عملیات‌ها را صحیح انجام می‌دهد.
- ۶- مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی یک ضرب $(۶ \times ۴/۲۵)$ به روش قطع کردن را به کمک شکل نشان دهد.
- ۷- بداند در محاسبات تقریبی هرچه مقدار تقریب دقیق‌تر (کوچک‌تر) باشد به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

نقشه مفهومی درس دوم



روش تدریس

فعالیت: ۱۳۷

در ابتدا با یک متر وارد کلاس شوید و از دانش‌آموزان بخواهید که قد خود را به کمک دوستانشان اندازه‌گیری کنند و اندازه‌ها را بیان کنند.

هدف اصلی این قسمت آشنا کردن دانش‌آموزان با این نکته است که برای هر نوع اندازه‌گیری نیاز به ابزار مناسب است و با توجه به موضوع و اهمیت آن مقدار تقریب (واحد تقریب) را متناسب انتخاب شود. در بسیاری از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست.

پس از بیان مثال‌های کتاب و بحث درباره آنها، از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری از زندگی روزمره خود در این باره بیان کنند.

سعی کنید در هر یک از مثال‌ها مشخص کنید تا چه دقتی لازم است که پدیده و یا محاسبات مورد بررسی قرار گیرد و از دانش‌آموزان بخواهید این موضوع را توضیح دهند.

برای مثال دقت خط‌کشی که فقط واحد سانتی‌متر دارد یک سانتی‌متر است. یعنی این خط‌کش کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند.

برای اندازه‌گیری دقیق‌تر طول، با توجه به واحد می‌توانیم آن را به قسمت‌های کوچک‌تری تقسیم کنیم. به‌طور مثال ۱ سانتی‌متر برابر ۱۰ میلی‌متر است پس هر سانتی‌متر را می‌توانیم به ۱۰ تا میلی‌متر تقسیم کنیم. دقت خط‌کش که میلی‌متر دارد ۱ میلی‌متر است یعنی خط‌کش کمتر از یک میلی‌متر را مشخص نمی‌کند. دقت اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن مورد بررسی و انتخاب می‌گردد.

اندازه‌گیری تب یک کودک بیمار ← با تقریب کمتر از ۰/۱ درجه

اندازه‌گیری وزن یک قطعه فلزی گران‌بها ← با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ گرم

بررسی سؤال‌های کار در کلاس صفحه ۱۳۸

پاسخ سؤال ۱- یک سانتی‌متر

پاسخ سؤال ۲- یک سانتی‌متر و ۵ میلی‌متر

پاسخ سؤال ۳- ب) متر خیاطی که فقط سانتی‌متر شمار دارد.

پ) صفحه کیلومتر شمار خودرو

تمرین صفحه ۱۳۸

تمرین ۱- با توجه به اندازه‌های مختلف جعبه‌های دستمال کاغذی جواب این تمرین باز پاسخ می‌باشد.

و دانش‌آموزان اندازه‌گیری را تا سانتی‌متر محاسبه می‌کنند و کمتر از ۱ سانتی‌متر را در نظر نمی‌گیرند.

تمرین ۲- حجم یک قوطی کبریت با تقریب کمتر از ۱ میلی‌متر است و کمتر از ۱ میلی‌متر را در نظر نمی‌گیرند و حجم را به دست می‌آورند.

تمرین ۳- وزن خود یا دوستان را با تقریب کمتر از ۱ کیلوگرم به روش گرد کردن به دست بیاورند آن مقدار که کمتر از ۵۰۰ گرم باشد حذف خواهد شد. و از ۵۰۰ گرم به بالا را حذف می‌کنند و یک کیلوگرم به وزن اضافه می‌کنند مثال: ۴۹۰ → ۴۹۰/۴۰۰ کیلوگرم
۴۵ → ۴۴/۵۵۰ کیلوگرم

توصیه‌های آموزشی برای درک بهتر مقدار اختلاف محاسبات تقریبی

استفاده از عددهای تقریبی می‌تواند تصور خوبی از پاسخ عملیات مختلف بدهد بنابراین توصیه می‌شود مراحل زیر را انجام دهید تا دانش‌آموزان به درک اختلاف حاصل عبارت تقریبی با مقدار واقعی پی ببرند.

از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا مقدار تقریب را مشخص کنند و هر عدد را با توجه به مقدار تقریب انتخابی تقریب بزنند. و حاصل تقریبی عبارت ریاضی را با مقدار تقریب انتخابی محاسبه کنند. سپس پاسخ عبارت‌های ریاضی را با عددهای واقعی و بدون تقریب زدن، محاسبه کنید پاسخ عبارت‌ها، با عددهای بدون تقریب (واقعی) را با پاسخ عبارت‌ها با عددهای تقریبی مقایسه کنید.

در صورتی که جواب عملیات شما با عددهای بدون تقریب (واقعی) با پاسخ عددهای تقریبی به دست آمده اختلاف زیادی دارد بهتر است دوباره راه حل خود را بررسی کنید. دلیل این اختلاف و اشکال خود را پیدا کنید.

روش تدریس

فعالیت صفحه ۱۳۸

در فعالیت شماره ۱ دانش‌آموزان ابتدا مساحت فرش را محاسبه می‌کنند و سپس مساحت فرش را با تقریب کمتر از ۱٪ به دست می‌آورند. (ابتدا محاسبه - سپس تقریب) در انجام محاسباتی که ارزش و اهمیت موضوع مورد محاسبه برای ما مهم باشد دو نکته را باید توجه کرد:

۱- میزان تقریب را دقیق‌تر انتخاب کنیم.

۲- ابتدا محاسبه را انجام دهیم و سپس حاصل را تقریب بزنیم که به اندازه واقعی نزدیک‌تر است و مقدار خطای تقریب کمتر خواهد بود.

در فعالیت شماره ۲ دانش‌آموزان برای محاسبه یک ورق نئوپان ابتدا اعداد اندازه‌ها را با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ تقریب می‌زنند و سپس محاسبه را انجام می‌دهیم (ابتدا تقریب و سپس محاسبه) دانش‌آموزان با انجام این دو فعالیت باید درک کنند که در محاسبات تقریبی، با توجه به شرایط و ارزش و اهمیت موضوع، بعضی مواقع ابتدا اعداد را تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه را انجام می‌دهیم و بعضی مواقع ابتدا محاسبه را انجام می‌دهیم و سپس حاصل را تقریب می‌زنیم.

برای محاسبه مساحت فرش دست‌باف با توجه به ارزش و اهمیت، هم مقدار تقریب دقیق‌تر و هم ابتدا محاسبه و سپس تقریب برای محاسبه مساحت ورق نئوپان با توجه به کم‌اهمیت بودن آن نسبت به فرش دست‌باف هم مقدار تقریب بیشتر است و هم ابتدا تقریب و سپس محاسبه حاصل در نظر است.

بررسی سؤالات کار در کلاس صفحه ۱۳۹

$$۱- \text{مقدار واقعی} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۱/۷۵۰ = ۳/۵ \times ۵۰۰$$

$$\text{به روش گرد کردن} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۲/۰۰۰ = ۴ \times ۵۰۰$$

$$\text{به روش قطع کردن} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۱/۵۰۰ = ۳ \times ۵۰۰$$

۲- الف)

$$\frac{1}{3} \cong \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{حاصل با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ به روش گرد کردن}} \frac{1}{25} = \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \xrightarrow{\text{مقدار تقریبی اعداد با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ به روش گرد کردن}} \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

آیا نتیجه‌ها یکی هستند؟ خیر، ابتدا محاسبه و سپس تقریب زدن به جواب واقعی نزدیک‌تر است.

$$۳- \text{ابتدا محاسبه و سپس با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ قطع کردن } \frac{1}{2} \cong \frac{1}{25} = \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

$$\text{ابتدا تقریب زدن و سپس محاسبه با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ قطع کردن } \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

آیا نتیجه‌ها یکی هستند؟ بله چون در تقریب زدن به روش قطع کردن مقداری که در هر دو مرحله حذف می‌شود یکسان است و پاسخ‌ها یکی است.

۴-

$$\begin{array}{ccc}
 \frac{3}{141} & \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 0/1} & \frac{3}{1} \\
 + \frac{2}{761} & & + \frac{2}{7} \\
 \hline
 5/902 & \xrightarrow{\text{با روش قطع کردن}} & 5/8 \\
 \text{پاسخ واقعی} & & \text{به روش گرد کردن}
 \end{array}$$

– حاصل جمع با تقریب کمتر از $0/1$ به روش قطع کردن $5/8$

– حاصل جمع با تقریب کمتر از $0/1$ به روش گرد کردن $5/9$

– پاسخ واقعی جمع $5/902$

در محاسبه جمع، گرد کردن به مقدار پاسخ واقعی نزدیک تر است.

فعالیت پیشنهادی

۱- در روش اول هر عدد را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه می‌کنیم مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی را خطای تقریب می‌نامیم. (ابتدا تقریب و سپس محاسبه)

$$\text{مقدار پاسخ واقعی} \leftarrow 28/64 = 10/75 + 14/46 + 3/43$$

$$\text{مقدار پاسخ تقریبی با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن} \leftarrow 28 = 11 + 14 + 3$$

$$\text{خطای تقریب} \leftarrow 28/64 - 28 = 0/64$$

۲- در روش دوم ابتدا محاسبه جمع را انجام می‌دهیم و سپس تقریب می‌زنیم. بنابراین چون این سه عدد یکبار تقریب زده می‌شوند و در جمع کردن این سه عدد، مقدار خطای تقریب آنها نیز باهم جمع شده‌اند حاصل عبارت با مقدار واقعی اختلاف دارد.

$$\text{پاسخ با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن} \leftarrow 29 \approx 28/64 = 10/75 + 14/46 + 3/43$$

$$29 - 28/64 = 0/36$$

۳- در روش اول که ابتدا با تقریب کمتر از ۱ تقریب زدیم (با روش گرد کردن) و سپس محاسبه انجام دادیم حاصل ۲۸ شد.

۴- در روش دوم حاصل عبارت $(28/64)$ به دست آوردیم و سپس حاصل را با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن محاسبه کردیم (ابتدا محاسبه و سپس تقریب) جواب ۲۹ شد و یکبار خطای تقریب در محاسبه عبارت تأثیر داشت.

۵- در روش دوم چون فقط یکبار تقریب زده شده است پس پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی اختلاف کمتری دارد.
 $۰/۳۶ = ۲۸/۶۴ - ۲۹$

۶- بنابراین پاسخ تقریبی در روش اول و دوم باهم اختلاف دارند (به اندازه ۱ واحد)

۷- برای اینکه مقدار خطا و اختلاف را کمتر کنیم باید مقدار تقریب را دقیق تر انتخاب کنیم (۱/۰ و یا ۱/۰ یا ...)

روش تدریس

فعالیت صفحه ۱۴۰ (مراحل ترتیب عملیات)

می خواهیم حاصل عبارت زیر را محاسبه کنیم.

$$۸ - ۲ \times ۳ = \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} (۸ - ۲) \times ۳ = ۱۸ \text{ راه اول} \\ \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} ۸ - (۲ \times ۳) = ۲ \text{ راه دوم} \end{array}$$

همان طور که می بینید پاسخ عبارت $۸ - ۲ \times ۳$ به دو روش بالا با یکدیگر متفاوت است بنابراین باید برای انجام عملیات ریاضی قرارداد یکسانی را داشته باشیم تا حاصل عبارت های ریاضی یکسان شود. بنابراین، این چنین قرارداد می کنیم:

اگر یک عبارت پراتز داشت از داخلی ترین پراتز محاسبات را شروع می کنیم. اگر ترتیب انجام عملیات با پراتز مشخص نشده بود ابتدا باید ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق را انجام دهید. برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ به راست محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات $(۱۲ \div ۳ \times ۴)$ ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می دهیم. برای انجام عملیات جمع یا تفریق، از سمت چپ به راست محاسبه می کنیم و اولویت انجام عملیات با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات $(۱۲ - ۳ + ۴)$ ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می دهیم.

بنابراین در انجام عملیات این فعالیت راه حل دوم صحیح است زیرا اولویت انجام عملیات، اول با ضرب و سپس با تفریق است. $۸ - (۲ \times ۳) = ۸ - ۶ = ۲$

توصیه آموزشی برای اولویت انجام عملیات صفحه ۱۴۰

دانش آموزان با انجام این فعالیت مراحل ترتیب و اولویت انجام عملیات را درک می کنند که به ترتیب زیر می باشد.

۱- اول محاسبه پранتزاها

اگر یک عبارت پранتزا داشت از داخلی ترین پранتزاها انجام محاسبات را شروع می کنیم تا حاصل تمام پранتزاها محاسبه شود.

۲- محاسبه ضرب یا تقسیم

وقتی که حاصل پранتزاها به دست آمد، و یا اگر ترتیب عملیات با پранتزا مشخص نشده باشد عملیات مربوط به ضرب و تقسیم را انجام می دهند. انجام ضرب و تقسیم نسبت به هم اولویت ندارند از سمت چپ به راست شروع می کنند هر کدام که اول بود را انجام می دهند و سپس بعدی را انجام می دهند.

۳- محاسبه جمع یا تفریق

جمع و تفریق هم مانند ضرب و تقسیم اولویتی نسبت به هم ندارند و هر کدام که سمت چپ تر قرار دارد نسبت به دیگری اولویت دارد.

برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ محاسبه را شروع می کنند و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات $(4 \times 3 \div 12)$ ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می دهند. برای انجام عملیات جمع و یا تفریق از سمت چپ محاسبه را شروع می کنند و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات $(4 + 3 - 12)$ ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می دهند.

فعالیت پیشنهادی برای محاسبه ضرب های تقریبی

$$8 \times 3/26 =$$

۱- در روش اول عدد $3/26$ را با تقریب کمتر از $1/10$ و به روش گرد کردن محاسبه می کنیم که برابر $3/3$ است. (ابتدا تقریب و سپس محاسبه)

۲- چون عدد تقریبی $3/3$ باید ۸ برابر شود سپس ۸ را در $3/3$ ضرب می شود. $(8 \times 3/3 = 26/4)$

۳- در روش اول که ۸ را در عدد تقریبی ضرب می کنیم. مقدار اختلاف پاسخ تقریب ۸ برابر می شود و حاصل عبارت با پاسخ واقعی اختلاف بیشتری پیدا می کند.

۴- در روش دوم که ابتدا محاسبه و سپس تقریب حاصل است با تقریب کمتر از $1/10$ به روش گرد کردن پاسخ $26/1$ را به دست می آوریم.

$$8 \times 3/26 = 26/10 \approx 26/1$$

۵- در روش دوم فقط یک بار (حاصل عبارت) را تقریب می‌زنیم سپس فقط، یک بار مقدار حذف شده تقریب در محاسبه عبارت تأثیر دارد.

۶- در روش دوم چون فقط یک بار تقریب زده می‌شود پس پاسخ تقریبی عبارت با مقدار پاسخ واقعی عبارت اختلاف کمتری دارد.

۷- پاسخ تقریبی عبارت در روش اول و دوم باهم به اندازه $\frac{1}{3}$ اختلاف دارند.

۸- بنابراین اگر در محاسبات تقریبی ضرب‌ها ابتدا تقریب بزنیم و سپس محاسبه را انجام دهیم. مقدار اختلاف تقریب در محاسبات باهم جمع شده و حاصل جواب تقریبی با پاسخ واقعی اختلاف بیشتری پیدا می‌کند.

پس بهتر است در محاسبات تقریبی ضرب ابتدا محاسبه و سپس تقریب زده شود.

حل بعضی از سؤال‌های کار در کلاس صفحه ۱۴۰

۱- با توجه به قرارداد حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف)} \quad 5 + (3 - (1 + (\frac{0}{71} - \frac{0}{3}))) \div 3 = 5 + (3 - (1 + \frac{0}{68})) \div 3 =$$

$$5 + (3 - \frac{1}{68}) \div 3 = 5 + \frac{1}{32} \div 3 = 5 + \frac{0}{44} = \frac{5}{44}$$

$$\text{ب)} \quad 8 \div 2 + 3 \times 7 + 4 \times 13 - 5 - 2 = 4 + 21 + 52 - 5 - 2 =$$

$$25 + 52 - 5 - 2 = 77 - 5 - 2 = 72 - 2 = 70$$

۲- عدد $\frac{4}{25}$ را با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن برابر ۴ است. مقدار اختلاف تقریب برابر $\frac{0}{25}$ است. (این مقدار با توجه به میزان تقریب کم ارزش است) این عدد باید در ۴ ضرب شود زیرا می‌خواهیم بدانیم ۴ سطح چهارتایی برابر چند می‌شود. (۱۶ تا) چون عدد تقریبی ۴، در ۴ ضرب شده است بنابراین مقدار اختلاف تقریب نیز چهار برابر می‌شود.

(این مقدار خطای تقریبی (۱ واحد) با توجه به میزان تقریب ارزش دارد.)

پس اگر قبل از محاسبه عملیات ضرب عددی را تقریب بزنیم و سپس حاصل را به دست آوریم مقدار خطای تقریب در محاسبات باهم جمع شده و حاصل تقریبی از عدد واقعی اختلاف پیدا می‌کند. با توجه به شکل حذف $\frac{0}{25}$ باعث می‌شود حاصل چهار برابر شدن محاسبه تقریبی به اندازه ۱ واحد از مقدار واقعی کمتر شود.

$$\text{پاسخ واقعی } 17 = 4 \times \frac{4}{25}$$

$$۴/۲۵ \approx \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از ۱}} ۴$$

$$۴ \times ۴ = ۱۶ \text{ پاسخ محاسبه تقریبی}$$

کار در کلاس ۳ صفحه ۱۴۱

کدام یک به مقدار واقعی نزدیک تر است؟ محاسبه احمد با تقریب کمتر از ۱ به مقدار واقعی نزدیک تر است. هرچه مقدار تقریب کوچک تر باشد پاسخ محاسبات تقریبی به پاسخ واقعی محاسبات نزدیک تر و دقیق تر است.

حل کار در کلاس ۴ — اول محاسبه پرانتز بعد محاسبه ضرب و آخر تفریق

$$= (۱/۱ - ۰/۲ \times (۰/۴۳ + ۱/۰۷)) \text{ (الف)}$$

$$۱/۱ - ۰/۲ \times ۱/۵۰ = ۱/۱ - ۰/۳ = ۰/۸$$

$$\text{ب) } ۴/۵ \div ۱/۵ + ۱/۲ \times ۳ = ۳ + ۳/۶ = ۶/۶$$

حل کار در کلاس ۵

$$\text{(الف) } ۲\frac{۱}{۲} + ۱\frac{۱}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ۲\frac{۱}{۲} + \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ۲\frac{۱}{۲} + \frac{۱۶}{۱۵} = ۲\frac{۱۵}{۳۰} + \frac{۳۲}{۳۰} =$$

$$۲\frac{۴۷}{۳۰} = ۲ + ۱\frac{۱۷}{۳۰} = ۳\frac{۱۷}{۳۰} = ۳/۵۶ \approx ۳/۶$$

$$\text{ب) } ۶ + (۳ + (۱ + (۰/۷۱ - ۰/۳۹))) \div ۳ = ۶ + (۳ + (۱ + ۰/۳۲)) \div ۳ =$$

$$۶ + (۳ + ۱/۳۲) \div ۳ = ۶ + ۴/۳۲ \div ۳ = ۶ + ۱/۴۴ = ۷/۴۴$$

تمرین ۱ صفحه ۱۴۱

$$۵/۳۷ + ۷/۴۴ - ۶/۴۸ =$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ابتدا تقریب کمتر از ۱ سپس محاسبه} \\ \text{با روش قطع کردن } ۵ + ۷ - ۶ = ۶ \\ \text{با روش گرد کردن } ۵ + ۷ - ۶ = ۶ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ابتدا محاسبه سپس تقریب کمتر از ۱} \\ \text{با روش قطع کردن } ۱۲/۸۱ - ۶/۴۸ = ۶/۳۳ \approx ۶ \\ \text{با روش گرد کردن } ۱۲/۸۱ - ۶/۴۸ = ۶/۳۳ \approx ۶ \end{array} \right\}$$

تمرین ۲ صفحه ۱۴۱

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۱۲/۲۱ - ۶/۸۲ = ۵/۳۹$$

پاسخ واقعی ←

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۱۲/۲۱ - ۶/۸۲ = ۵/۳۹ \approx ۵ \text{ ابتدا محاسبه و سپس تقریب}$$

ابتدا تقریب کمتر از ۱ با روش گرد سپس محاسبه

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۴ + ۸ - ۷ = ۱۲ - ۷ = ۵$$

اختلاف محاسبه $۵/۳۹ - ۵ = ۰/۳۹$

$$۱۳\frac{۱}{۴} - ۱\frac{۵}{۶} = ۱۲\frac{۱}{۴} - \frac{۵}{۶} = ۱۲\frac{۳}{۱۲} - \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۴۷}{۱۲} - \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۳۷}{۱۲} = ۱۱/۴۱ \leftarrow \text{پاسخ واقعی}$$

$$۱۱/۴۱ \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از ۱}} ۱۱$$

ابتدا محاسبه و سپس تقریب $\leftarrow$ اختلاف محاسبه $۱۱/۴۱ - ۱۱ = ۰/۴۱$

$$۱۳\frac{۱}{۴} - ۱\frac{۵}{۶} = ۱۳ - ۱ = ۱۲ \text{ ابتدا تقریب و سپس محاسبه}$$

$$۱۲ - ۱۱/۴۱ = ۰/۵۹ \text{ ابتدا تقریب و سپس محاسبه اختلاف محاسبه}$$

تمرین ۳ صفحه ۱۴۱

$$۱۳/۱ - ۱/۲ \times ۱۰ = ۱۳/۱ - ۱۲/۰ = ۱/۱$$

$$۱۰ - ۰/۱ \times (۴/۷ - ۳/۵) = ۱۰ - ۰/۱ \times ۱/۲ = ۱۰ - ۰/۱۲ = ۹/۸۸$$

$$۴/۳ - ۱/۱۷ = ۳/۱۳$$

$$۴/۳ + ۱\frac{۲}{۳} = ۴\frac{۳}{۱۰} + ۱\frac{۲}{۳} = ۵\frac{۹}{۳۰} + \frac{۲۰}{۳۰} = ۵\frac{۲۹}{۳۰} = ۵/۹۶$$

$$۱۲ - \frac{۲}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۱\frac{۵}{۵} - \frac{۲}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۱\frac{۳}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۲\frac{۶}{۵} = ۱۲ + ۱\frac{۱}{۵} = ۱۳\frac{۱}{۵}$$

$$۳\frac{۱}{۴} - ۱/۱۷ = ۳/۲۵ - ۱/۱۷ = ۲/۰۸$$

$$۰/۲ \times ۱\frac{۳}{۷} = \frac{۲}{۱۰} \times ۱\frac{۳}{۷} = \frac{۲}{۷} \times \frac{۱۰}{۷} = \frac{۲}{۷}$$

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \times \frac{۱}{۳} = ۷ \times ۰/۳ = ۲/۱$$

تمرین ۴ صفحه ۱۴۱

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \div ۳ = ۲/۳۳۳۳۳ \approx ۲/۳$$

اگر در روش اول ابتدا بدون تقریب ابتدا ۷ را در $۰/۳۳$ ضرب کنیم و بعد پاسخ را تقریب بزنیم پاسخ‌ها یکی می‌شود. (ابتدا محاسبه و سپس تقریب)

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- عدم درک کامل از کاربرد تقریب در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط (ابتدا تقریب، سپس محاسبه، ابتدا محاسبه، سپس تقریب)
- ۲- اینکه همیشه گرد کردن در محاسبات تقریبی به مقدار واقعی نزدیک‌تر نیست و بلکه در بیشتر موارد می‌تواند نزدیک باشد.
- ۳- بدهمی در ترتیب انجام عملیات‌ها که در ضرب و تقسیم، تصور دانش‌آموزان این است که ترتیب عملیات با ضرب است و در جمع و تفریق ترتیب ابتدا با جمع است.

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

هدف «فرهنگ نوشتن» این است که دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های خود را درباره مفاهیم مختلف ریاضی که در این فصل یادگرفته و رابطه این مفاهیم را به زبان ساده بیان نمایند و بنویسند تا از این طریق بتوانند کنترل بیشتری بر فرایند یادگیری خود داشته باشند. بنابراین طبیعی است که جملات دانش‌آموزان با یکدیگر متفاوت باشد و نباید انتظار داشته باشیم که دانش‌آموزان بتوانند افکار خود را با اصطلاحات و جمله‌های کاملاً درست بیان کنند.

تمرین‌ها

سؤال ۱: هدف این سؤال این است که دانش‌آموزان بتوانند با استفاده از روش‌های تقریب سن دانش‌آموزان داده شده را به سال تقریب بزنند.

دانش‌آموزانی که قسمت ماه‌های سال آنها زیر ۶ ماه باشد به روش قطع کردن آن مقدار از ماه‌ها نیز حذف می‌شوند. و دانش‌آموزانی که قسمت ماه‌های سال آنها از ۶ ماه به بالاتر باشد به روش گرد کردن آن مقدار از ماه‌ها حذف می‌شود و یک سال به سال آنها اضافه می‌شود.

۱۲ $\xrightarrow{\text{روش قطع کردن}}$ ۳ و ۱۲
ماه سال

۱۲ $\xrightarrow{\text{روش گرد کردن}}$ ۶ و ۱۱

۱۰ $\xrightarrow{\text{روش گرد کردن}}$ ۱۰ و ۹

۱۲ $\xrightarrow{\text{روش قطع کردن}}$ ۵ و ۱۲

سؤال ۲: هدف تبدیل اعداد کسری به اعداد اعشاری و تقریب زدن با تقریب کمتر از ۰/۰۱

به طوری که با مقدار واقعی شان برابر باشد.

$$\frac{1}{4} = 0/25 = 0/25$$

$$\frac{2}{8} = 0/25$$

$$\frac{1}{2} = 0/50 = 0/50$$

$$\frac{3}{4} = 0/75$$

سؤال ۳

$$15/2671$$

$$15/2673$$

$$15/2675$$

$$15/2678$$

سؤال ۴

$$\frac{19}{37} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{11}{21} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{17}{39} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{50}{107} = \frac{50}{110} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{56}{1225} = \frac{60}{1230} = \frac{6}{123} = \frac{2}{41}$$

سؤال ۵:

$$4325/7 \approx 4325 \leftarrow 1 \text{ با تقریب کمتر از } 1$$

$$7208/125 \approx 7208/12 \leftarrow 0/01 \text{ با تقریب کمتر از } 0/01$$

$$7208/1254 \approx 7208/125 \leftarrow 0/001 \text{ با تقریب کمتر از } 0/001$$

سؤال ۶:

الف) تقریب کمتر از ۰/۰۱ به عدد واقعی نزدیک تر است.

ب) ۱۰ سانتی متر

پ) ۱۰۰ گرم

