

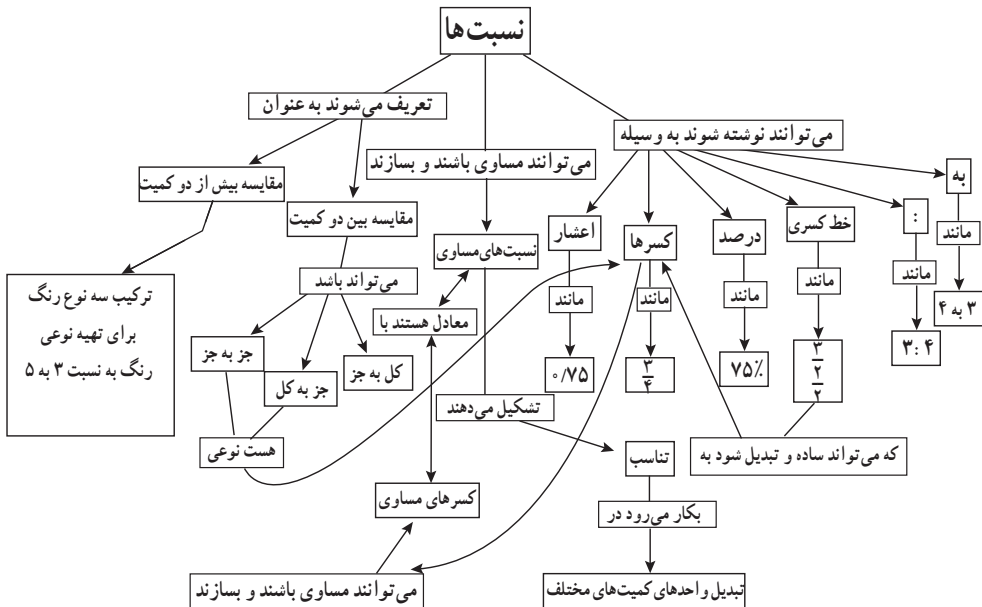


کسر، نسبت و تناسب

اهداف

- ۱- تبدیل نسبت به کسر یا اعشار و بالعکس
- ۲- آشنایی با نسبت‌های دو کمیتی که در آن کمیت اول یا دوم به فرم کسری است و ساده کردن و تبدیل آنها به کسر
- ۳- یادآوری نسبت‌های مساوی، کمیت‌های متناسب و نامتناسب
- ۴- معرفی جدول تناسب
- ۵- معرفی نسبت‌های سه تایی و بیشتر
- ۶- روشی برای یافتن جزء مجهول در نسبت‌های مساوی
- ۷- کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای کمیت‌های مختلف مانند طول و جرم به یکدیگر

نقشه مفهومی:



روش تدریس:

فعالیت ۱: (صفحه ۱۱۰)

در این فعالیت، هدف نمایش نسبت جزء به کل به صورت کسر یا اعشار است. دانش‌آموزان می‌توانند بین نسبت، کسر و اعشار در قالب یک مسئله برگرفته از دنیای واقعی ارتباط برقرار کنند. دانش‌آموزان در این فعالیت به طور ضمنی درک می‌کنند که بیشترین و کمترین مقدار یک نسبت جزء به کل، به ترتیب ۱ و صفر است. پیشنهاد می‌شود فعالیت شماره ۱ را در راستای این فعالیت در کلاس اجرا نمایید.

فعالیت ۲: (صفحه ۱۱۲)

در این فعالیت دانش‌آموزان به طور مفهومی درک می‌کنند که مجموع مقادیر یک نسبت با هر یک از مقادیر آن نسبت، متناسب است. همچنین می‌توانند نسبت‌های بین دو کمیت را به صورت کسر بنویسند و به مقایسه نسبت‌ها بپردازند. معلم بهتر است بدون ارجاع دانش‌آموزان به کتاب، مسئله را روی تابلو بنویسد و با گروه‌بندی مناسب دانش‌آموزان، از آنها بخواهد به مسئله پاسخ دهند. پس از حل مسئله توسط دانش‌آموزان، راه‌حل‌های متفاوت آنان بررسی شود و پیرامون آنها گفتگو گردد. بعد از آن خوب است معلم به کتاب رجوع کند و با کمک دانش‌آموزان، فعالیت در کتاب، بررسی و تکمیل گردد. برای تشویق دانش‌آموزان خلاق می‌توان اسامی به کار رفته در کتاب را با اسامی دانش‌آموزان ارائه‌کننده آن راه‌حل‌ها تغییر داد. در قسمت «ج» این فعالیت برای اولین بار برای مقایسه نسبت‌ها از نمودار استفاده شده است. انتظار می‌رود دانش‌آموزان به کمک این نمودار نسبت‌ها را مقایسه کنند و پاسخ خود را توجیه نمایند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس:

در سؤال ۱ کاردرکلاس صفحه ۱۱۰، دانش‌آموزان برای اولین بار با نسبت‌های دو کمیتی که در آن کمیت اول یا دوم به صورت کسری است، آشنا می‌شوند. معلمان می‌توانند با انجام فعالیت دست‌ورزی مناسب (نظیر فعالیت پیشنهادی شماره ۲) و زدن مثال‌های برگرفته از دنیای واقعی درک آن را برای دانش‌آموزان تسهیل نمایند. دانش‌آموزان باید با توجه به دانسته قبلی‌شان از ارتباط بین نسبت و کسر و تبدیل نسبت و کسر به یکدیگر، نسبت داده شده را به فرم کسری بنویسند. انتظار می‌رود آنها بتوانند با دانستن اینکه خط کسری به منزله تقسیم است، با کمک تقسیم کسرها، این نسبت‌ها را ساده کرده و به صورت یک کسر بنویسند.

در سؤال ۲ این کاردرکلاس، هدف، یادآوری نسبت‌های مساوی و بازنمایی آن به صورت کسر و اعشار است.

در سؤال ۳ بازنمایی هندسی نسبت‌ها مشاهده می‌شود. در سؤال ۳ و ۴ کمیت‌های متناسب و نامتناسب در قالب حل مسئله برای دانش‌آموزان یادآوری شده است و به کمک آن جدول تناسب معرفی شده است. تفاوت این بخش با سال گذشته در این است که از دانش‌آموزان خواسته شده نسبت بین هر دو کمیت را یا یک کسر نمایش دهند.

سؤال ۶ به یک بدفهمی رایج دانش‌آموزان اشاره دارد. اضافه یا کم کردن یک عدد مخالف صفر در صورت و مخرج (مانند دو جدول صورتی و سبز رنگ در این سؤال) یا انجام دو عمل متفاوت ضرب و تقسیم در صورت و مخرج یک نسبت (مانند جدول نارنجی رنگ در این سؤال) از بدفهمی‌های رایج است. این بدفهمی ناشی از عدم درک تساوی کسرها است.

در سؤال ۷ نیز، دانش‌آموزان برای اولین بار با نسبت ۳ تایی مواجه می‌شوند. توجه داشته باشید که نسبت‌های بیش از ۲ تا را نمی‌توان با کسر نشان داد. این مورد می‌تواند نشان دهنده تمایز میان کسر و نسبت باشد. این سؤال باز پاسخ است و دانش‌آموزان می‌توانند پاسخ‌های متفاوتی را مطرح کنند. دانش‌آموزان باید درک کنند که عدد اول در یک نسبت، هر چند برابر که شد، اعداد دیگر را هم در همان عدد ضرب کنند تا نسبت بین هر دو کمیت یکسان باقی بماند.

در سؤال ۲ کاردرکلاس صفحه ۱۱۳، نسبت ۳ تایی مطرح شده است.

الف) نسبت آب به گلاب برابر است با ۲ به $\frac{1}{2}$. برای ساده کردن این نسبت می‌توان نوشت: پس $\frac{4}{1} = 4 = 2 \times 2 = 2 \div \frac{1}{2} = \frac{2}{\frac{1}{2}}$ می‌توان گفت که نسبت آب به گلاب ۴ به ۱ است.

آرد	۲	۴
آب	۲	
گلاب	$\frac{1}{2}$	
شکر	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$

ب) چون مقدار آرد دو برابر شده است پس باید بقیه نسبت‌ها نیز دو برابر گردند تا تناسب برقرار باشد. اما باید توجه داشت که انتخاب ردیف و نام‌گذاری آنها نیز مهم است. چون مقدار شکر خواسته شده است، پس برای حل مسئله و رسیدن به جواب، تنها به دو ردیف آرد و شکر نیاز داریم. پس مقدار

شکر نیز دو برابر می شود و به $\frac{5}{2}$ لیوان شکر نیاز داریم.

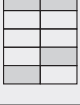
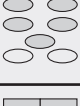
پ) این قسمت به طرح مسئله اختصاص دارد و دانش آموزان می توانند با انتخاب دو ردیف جدول مسئله های خود را طرح کنند و در کلاس بخوانند. دانش آموزان باید پیرامون مسائل طرح شده و درستی یا نادرستی آنها در کلاس گفت و گو نمایند.

در سؤال ۳ هدف پیدا کردن جزء مجهول در تساوی نسبت ها است. دانش آموزان همانند سال گذشته برای یافتن جزء مجهول، می توانند نسبت ها را ساده کنند و پاسخ را محاسبه نمایند. در سؤال ۴، همین هدف با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش پیگیری می شود. دانش آموزان عدد داخل را حدس می زنند. سپس حدس خود را با ماشین حساب بررسی می کنند. زمانی که پاسخ درست مربع را که $\frac{1}{5}$ است، پیدا کردند با ضرب کردن 10° در $\frac{1}{5}$ جواب 15 را برای به دست می آورند. در سؤال ۵، روش دیگری برای حل این نوع مسائل مطرح شده است. دانش آموزان قبلاً با این روش در فصل کسرها آشنا شده اند.

فعالیت های پیشنهادی:

فعالیت ۱؛ بازی: ارتباط نسبت، کسر و اعشار در بازنمایی های مختلف.

این بازی می تواند به جای فعالیت شماره ۱ صفحه ۱۱۰، در کلاس انجام شود. مجموعه کارت های بیوست شده را کپی کنید و از خط چین ها برش دهید. دانش آموزان را در گروه های ۲ نفره گروه بندی نمایید. ۴۸ کارت را در اختیار هر گروه قرار دهید. در هر گروه، هر دانش آموز ۶ کارت را به طور تصادفی بر می دارد و ۳۶ کارت باقی مانده مابین بازیکنان قرار داده می شود. هدف بازی، دستیابی به ۳ کارت مرتبط است که یک نسبت را بازنمایی کنند. بازیکنان، به نوبت از روی کارت های وسط یک کارت بر می دارند و یکی از کارت های در دستشان را به اختیار زیر کارت های وسط قرار می دهند. اولین بازیکنی که سه کارت به دست آورد که بازنمایی مختلف یک مقدار را نشان دهد، برنده است. بازیکن برنده باید ۳ کارت به دست آورده را برای اثبات ادعای پیروزی خود به بازیکن دیگر نشان دهد. برای طولانی کردن مدت بازی، می توان قوانین بازی را تغییر داد. مثلاً می توان به جای ۳ کارت بازنمایی کننده یک نسبت، ۴ کارت را مد نظر قرار داد. یا کارت های صفر و یک را از کارت ها کنار گذاشت یا به دست آوردن بازنمایی های معین مثل نسبت 7 به 10 را مد نظر قرار داد یا برای برنده شدن، کسب ۵ امتیاز را قرارداد کرد.

یک به ده		$\frac{1}{10}$	۰/۱
دو به ده		$\frac{2}{10}$	۰/۲
سه به ده		$\frac{3}{10}$	۰/۳
چهار به ده		$\frac{4}{10}$	۰/۴
پنج به ده		$\frac{5}{10}$	۰/۵
شش به ده		$\frac{6}{10}$	۰/۶
هفت به ده		$\frac{7}{10}$	۰/۷
هشت به ده		$\frac{8}{10}$	۰/۸
نه به ده		$\frac{9}{10}$	۰/۹
ده به ده		$\frac{10}{10}$	۱
صفر به ده		$\frac{0}{10}$	۰
یک	صفر	۱	۰

فعالیت ۲ :

معلم، دانش‌آموزان را در گروه‌های دو نفره تقسیم می‌کند. به هر گروه سه نوار کاغذی یکسان می‌دهد که با اعداد ۱، ۲ و ۳ شماره گذاری شده‌اند. از هر گروه می‌خواهد یکی از دانش‌آموزان نوار شماره ۱ را بردارد و دو نوار دیگر را به دیگری دهد. از دانش‌آموزانی که نوار شماره ۱ را در اختیار دارند می‌خواهد نصف آن را رنگ کنند. از بقیه دانش‌آموزان می‌خواهد هر دو نوار را رنگ کنند. بدین ترتیب در کلاس، دو دسته دانش‌آموز وجود دارد. دسته اول، نوار شماره ۱ را در اختیار دارند که نیمی از آن را رنگ کرده‌اند. دسته دوم، دانش‌آموزانی هستند که دو نوار رنگ شده در اختیار دارند.

شماره ۱

شماره ۲

شماره ۳

معلم : چه کسری از یک نوار را رنگ کرده‌اید؟

دانش‌آموزان دسته اول : $\frac{1}{2}$ نوار

دانش‌آموزان دسته دوم : ۲ نوار



معلم از هر گروه می‌خواهد نسبت مقدار رنگ شده توسط دسته اول به دسته دوم را بنویسند.

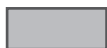
دانش‌آموزان : این نسبت $\frac{1}{2}$ به ۲ است.

معلم از دانش‌آموزان دسته اول می‌خواهد قسمت رنگ شده را با قیچی جدا نمایند. از دسته دوم هم می‌خواهد به اندازه قسمت رنگ شده دسته اول، روی نوارهای خود، قسمت‌های رنگی ایجاد کنند و آنها را جدا نمایند.

معلم : چند قسمت رنگی دارید؟

دانش‌آموزان دسته اول : ۱ قسمت

دانش‌آموزان دسته دوم : ۴ قسمت



معلم : نسبت تعداد قسمت‌های رنگی حاصل شده از نوار شماره ۱ به تعداد قسمت‌های رنگی ایجاد شده در دو نوار دیگر را به صورت کسر بنویسید.

دانش‌آموزان : این نسبت ۱ به ۴ یا $\frac{1}{4}$ است.

معلم : چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

دانش‌آموزان : نسبت $\frac{1}{2}$ به ۲ برابر است با نسبت ۱ به ۴ یا کسر $\frac{1}{4}$.

فعالیت ۳: بازی : ارتباط بین نسبت و کسر

این بازی، یک بازی عادلانه است می‌تواند بعد از کار در کلاس شماره ۱، برای برقراری ارتباط بین نسبت و کسر انجام شود. دانش‌آموزان را به گروه‌های ۳ نفره تقسیم کنید. در این بازی دانش‌آموزان به مداد، کاغذ و یک تاس (سکه) نیاز دارند. این بازی ۲ نفره انجام می‌شود. دو دانش‌آموز تصمیم می‌گیرند زوج (رو) باشند یا فرد (پشت). فرض کنید دانش‌آموز اول فرد (پشت) و دانش‌آموز دوم زوج (رو) است. دانش‌آموز سوم، ناظر مسابقه است. او نسبت‌های مختلف (مانند : یک دوم به دو) را برای دانش‌آموزان می‌خواند. دانش‌آموزان باید این نسبت را به صورت کسر (یعنی : $\frac{1}{4}$) بنویسند. دانش‌آموز سوم با کمک دو بازیکن، پاسخ‌ها را بررسی می‌کند. اگر یک دانش‌آموز درست و دیگری نادرست بنویسد، برنده مشخص است و دانش‌آموز درست نوشته یک امتیاز می‌گیرد. در صورتی که هر دو درست بنویسند، دانش‌آموز سوم تاس (سکه) می‌اندازد. اگر فرد (پشت) آمد، اولی برنده است، در غیر این صورت دومی یک امتیاز می‌گیرد. دانش‌آموز سوم (ناظر مسابقه) به خواندن نسبت‌های مختلف ادامه می‌دهد و امتیازها را یادداشت می‌کند. دانش‌آموزی برنده بازی است که زودتر ۵ امتیاز کسب کند. پس از اتمام مسابقه و مشخص شدن برنده، نوبت به رقابت برنده این مسابقه با نفر سوم (ناظر) می‌رسد. بازی مثل قبل بین این دو نفر اجرا می‌شود و برنده مسابقه جدید، برنده نهایی بازی است.

حل بعضی از تمرینات کتاب:

سؤال ۴ :

پتاس	۳	۱۵	۶۰
نیتروژن	۲	۱۰	۴۰
فسفات	۲	۱۰	۴۰
کود	۷	۳۵	۱۴۰

سؤال ۶:

طول	۳	؟
جرم	۲۰	۷۰

$$? = \frac{3 \times 70}{20} = \frac{21}{2} = 10/5$$

سؤال ۷: هدف از این سؤال، طرح مسئله و دادن فرصت به دانش‌آموزان برای درک بهتر مفهوم تناسب و ایجاد زمینه‌ای برای بروز خلاقیت آنان است. دانش‌آموزان با درک درست مفهوم تناسب می‌توانند مسائل متفاوت و برگرفته از دنیای واقعی را طرح کنند.

سؤال ۸ به کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای طول به یکدیگر اختصاص دارد.

متر	۱	۵/۷	متر	۱۰۰۰	۷۵۶
دسی‌متر	۱۰	۵۷	کیلومتر	۱	۰/۷۵۶
متر	۱	۱/۴۲۷			
ساتی‌متر	۱۰۰	۱۴۲/۷			

سؤال ۹ به کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای جرم به یکدیگر می‌پردازد.

گرم	۱۰۰۰	۳۲۰	کیلوگرم	۱	۰/۳۲
کیلوگرم	۱۰۰۰	۳۲۸۰	کیلوگرم	۱۰۰۰	۸۴۷۳۵۰
تن	۱	۳/۲۸	تن	۱	۸۴۷/۳۵

سؤال ۱۰: این سؤال به بدفهمی دانش‌آموزان در نسبت‌های مساوی می‌پردازد. برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند با اضافه کردن یک مقدار مساوی به هر یک از مقادیر یک نسبت، نسبت مساوی آن حاصل می‌شود. گزینه نادرست ۱۰۳، ۱۰۲ و ۱۰۵ است که از اضافه کردن ۱۰۰ به مقادیر

نسبت ۲، ۳ و ۵ حاصل شده است. برای رفع این بدفهمی، می‌توان با نوشتن دو به دوی این مقادیر به صورت کسر نشان داد که نسبت‌ها متناسب نیستند. $\frac{۲}{۵} \neq \frac{۱۰۲}{۱۰۵}$ یا $\frac{۳}{۲} \neq \frac{۱۰۳}{۱۰۲}$ در حالی که $\frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۲}$ یا $\frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در این درس، بر مفهوم سازی ارتباط میان نسبت، کسر و اعشار تأکید گردد چرا که در درس بعدی، اعشار به عنوان واسطه‌ای برای تبدیل نسبت و کسر به درصد می‌باشد.
- ۲- در جدول‌های تناسب تأکید نمایید تا دانش‌آموزان اسامی کمیت‌های مختلف را کنار هر ردیف جدول بنویسند. چرا که این کار از بدفهمی‌ها و سر درگمی‌های آنان در حل مسائل تناسب پیشگیری می‌نماید و تسهیل کننده روند حل مسئله است.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان:

توجه داشته باشید که برای نوشتن نسبت‌های مساوی می‌توان تمام مقادیر یک نسبت را در یک عدد مخالف صفر، ضرب یا بر یک عدد مخالف صفر تقسیم کرد، مانند:

$$\frac{۲ \times ۴}{۹ \times ۴} = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۸ \div ۲}{۳۶ \div ۲} = \frac{۴}{۱۸}$$

نوشتن نسبت‌های مساوی، مقادیر یک نسبت را با یک عدد مخالف صفر جمع یا تفریق می‌کنند. در نسبت‌های ۲ تایی نیز صورت را در یک عدد مخالف صفر ضرب و مخرج را بر آن عدد تقسیم می‌کنند یا بالعکس. مانند نسبت‌های زیر:

$$\frac{۳+۷}{۵+۷} \neq \frac{۱۰}{۱۲} \quad \frac{۱۵-۵}{۱۹-۵} \neq \frac{۱۰}{۱۴} \quad \frac{۴ \times ۲}{۱۴ \div ۲} \neq \frac{۸}{۷} \quad \frac{۱۶ \div ۴}{۱۴ \div ۲} \neq \frac{۴}{۲}$$

برای رفع این بدفهمی‌ها در نسبت‌های ۳ تایی و بیشتر نیز از دانش‌آموزان بخواهید مقادیر را دویه دو در نظر بگیرند و با نوشتن آنها به صورت کسر، عدم برقراری تساوی بین نسبت‌ها را مشاهده نمایند و به بدفهمی خود پی ببرند.