

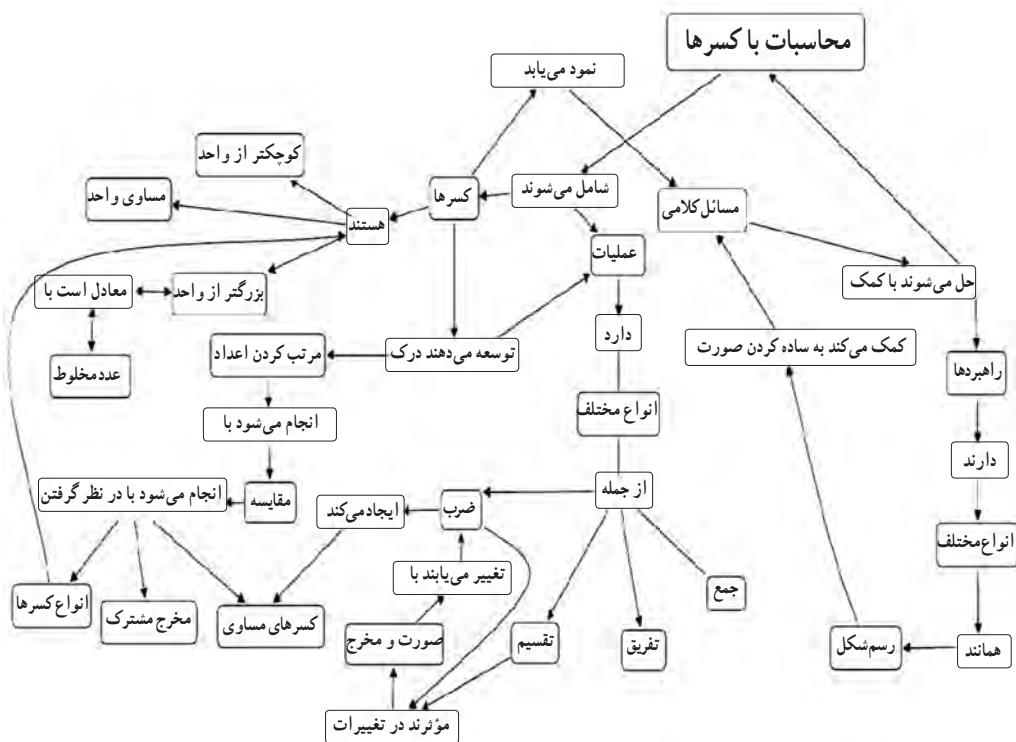


محاسبات با کسر

اهداف

- ۱- پیدا کردن حاصل عبارت کسری زمانی که بالا و پایین خط کسری از دو یا چند عمل جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم حاصل شده باشد
- ۲- به کارگیری روش‌های مختلف در مقایسه اعداد
- ۳- استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل

نقشه مفهومی



روش تدریس

فعالیت ۱: (صفحه ۳۶)

یکی از اهداف پیگیری شده در درس چهارم، انجام محاسبات پیچیده‌تر با کسرها است. درک مفهوم کسر و انجام عملیات با کسرها زمینه را برای انجام محاسبات با اعداد گویا و به تبع آن، انجام محاسبات جبری در دوره متوسطه آماده می‌سازد. در این فعالیت نیز قرار است انجام این نوع محاسبات مفهوم‌سازی گردد تا الگوریتم محاسبات به صورت گام‌های بی‌معنی حفظ نشوند، تا به کارگیری و یادآوری آنها در آینده برای دانش‌آموزان تسهیل گردد. هدف از این فعالیت که در قالب حل مسئله می‌باشد، مفهوم‌سازی محاسبات با کسرها است. برای اجرای این فعالیت در کلاس، معلم بهتر است بدون رجوع به کتاب درسی، مسئله را روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد به مسئله پاسخ دهند. پس از اینکه دانش‌آموزان به مسئله پاسخ دادند و پاسخ‌های آنان در کلاس بررسی شد، دانش‌آموزان خوب است با هدایت معلم به کتاب درسی مراجعه کنند. معلم از آنها می‌خواهد تا در گروه‌ها با هم مشورت کنند و بگویند چرا برای به دست آوردن پاسخ مسئله باید حاصل عبارت $1 + \frac{1}{2} + 3\frac{3}{5}$ را به دست آورند. انتظار می‌رود که دانش‌آموزان این ارتباط‌ها را درک کنند و بفهمند

که در این نوع محاسبات باید عبارت‌های صورت و مخرج را جداگانه محاسبه نمایند و در نهایت حاصل صورت را بر مخرج تقسیم نمایند، چرا که خط کسری به منزله تقسیم است.

فعالیت ۲: (صفحه ۳۷)

مقایسه و مرتب کردن در درک کسرها به عنوان عدد مؤثر است. دانش‌آموزان معمولاً در مقایسه از مخرج مشترک استفاده می‌کنند بدون آنکه درک درستی از کسرها داشته باشند و آنها را به عنوان عدد درک کنند. در این فعالیت سعی شده است بر این مهم تأکید گردد که دانش‌آموزان با درک درست و مفهومی کسرها نیازی به یکسان کردن مخرج تمام کسرها ندارند و به راحتی با روش‌های خلاقانه و مفهومی نیز می‌توانند مقایسه را انجام دهند. معلم خوب است این سؤال را روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد اعداد را مرتب کنند. پس از آنکه دانش‌آموزان مسئله را حل کردند، نوبت به بررسی پاسخ‌های آنان است. معلم با دو دسته پاسخ‌های درست و نادرست دانش‌آموزان روبه‌رو است. پاسخ‌های درست از این حیث با اهمیت است که از روش‌های مختلف و خلاقانه‌ای حاصل

شده است. این روش‌ها باید در کلاس بررسی گردند و دانش‌آموزان ارائه‌کننده این روش‌ها مورد تشویق قرار گیرند چرا که ناشی از تفکر خلاقانه آنان است. پاسخ‌های نادرست نیز با ارزش هستند چرا که ناشی از بدفهمی‌ها و عدم درک درست کسرها توسط آنان است. بررسی این نوع پاسخ‌ها و گفتمان پیرامون آنها می‌تواند به اصلاح و رفع این بدفهمی‌ها و پندارهای نادرست منجر شود. پس از اینکه این موارد در کلاس بررسی شد معلم به کتاب درسی رجوع می‌کند و حل این مسئله را با کمک دانش‌آموزان در کتاب دنبال می‌کند. روش ارائه شده در این فعالیت به این صورت است که اعداد صحیح را به عنوان مرجع مقایسه در نظر می‌گیرد. این اعداد را در سه دسته اعداد کوچک‌تر از «۱»، اعداد بین «۱» و «۲» و اعداد بزرگ‌تر از «۲» دسته‌بندی می‌کند. سپس با کمک محور اعداد به مقایسه اعداد هر دسته می‌پردازد.

فعالیت ۳: (صفحه ۳۸)

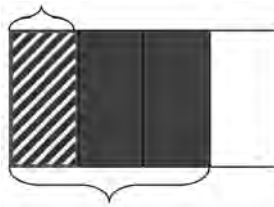
از آنجا که راهبرد رسم شکل در ساده‌سازی صورت مسئله و برقراری ارتباط بین داده‌ها و مجهول مسئله نقش بسزایی دارد، می‌توان در حل بسیاری از مسائل کسر که برگرفته از دنیای واقعی هستند، از آن بهره برد. هدف این فعالیت نشان دادن تأثیر و کمک بسزای این راهبرد در حل مسائل کسر است. معلم بهتر است بدون رجوع به کتاب، مسئله مطرح شده را روی تابلو بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد تا آن را حل نمایند. حل این مسئله با توجه به ویژگی‌های آن برای دانش‌آموزان دشوار و چالش برانگیز است. بعد از حس دشواری مسئله و درک آن برای دانش‌آموزان، در گام بعدی معلم می‌تواند از آنان بخواهد برای مسئله شکلی رسم کنند و با کمک آن، مسئله را ساده نمایند تا بتوانند آن را حل کنند. انتظار می‌رود دانش‌آموزان با توجه به توصیه استفاده از این راهبرد در سال‌های گذشته، بتوانند شکل مناسب را رسم کنند. در غیر این صورت معلم با راهنمایی‌هایی که به فراخور کلاس انجام می‌دهد می‌تواند این مهم را تحقق بخشد. انجام گفتمان کلاسی در خلال حل مسئله، میان معلم و دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با یکدیگر بهتر می‌تواند تأثیر استفاده از این راهبرد در حل مسائل را برای دانش‌آموزان برجسته نماید.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

در کار در کلاس سوم صفحه ۳۸، در راستای هدف فعالیت، دو مسئله مطرح شده است. در مسئله اول، برای ساده‌سازی و ترغیب دانش‌آموزان به استفاده از شکل، شکلی رسم شده که ناقص است. دانش‌آموزان باید آن را تکمیل نمایند و به حل مسئله بپردازند. در مسئله دوم، تنها صورت

مسئله داده شده است و باید دانش‌آموزان خود برای مسئله شکل بکشند و با کمک آن، مسئله را حل کنند. برای این مسئله می‌توان چنین شکلی را رسم کرد.

$\frac{1}{3}$ تعداد دانش‌آموزان شرکت کرده در مسابقات



$4 \times 8 = 32$ = تعداد دانش‌آموزان کلاس

$\frac{3}{4}$ تعداد دانش‌آموزان کل کلاس

فعالیت‌های پیشنهادی

بازی مقایسه کسرها:

هدف این بازی درک ارزش عددی کسر و مقایسه کسرها است. این بازی از این حیث مفید است که گفتمان‌هایی که بین بازیکنان در خلال بازی، در رابطه با کوچک‌تری یا بزرگ‌تری یک کسر اتفاق می‌افتد می‌تواند در رفع بدفهمی‌ها و درک بهتر ارزش عددی کسرها مؤثر واقع شود. این بازی دو نفره انجام می‌شود. در جدول زیر خط چین‌ها را برش دهید و 40° کارت موجود در جدول را از هم جدا نمایید. این کارت‌ها را زیر و رو نمایید. سپس 20° تا از کارت‌ها را به بازیکن اول و 20° تای دیگر را به بازیکن دوم بدهید. هر دو بازیکن به دلخواه و هم‌زمان با هم یک کارت را روی میز قرار می‌دهند. بازیکنی برنده است که عدد روی کارت او بزرگ‌تر باشد. هر دو کارت روی میز به بازیکن برنده تعلق می‌گیرد. اگر اعداد روی دو کارتی که بازیکنان ارائه می‌کنند با هم مساوی باشند آن دو کارت روی میز باقی می‌ماند و باید کارت‌های بعدی را روی آنها قرار دهند. تا زمانی که اعداد روی دو کارت متفاوت باشند، این کار ادامه می‌یابد. بازیکن برنده هر چند کارت که روی میز قرار دارد را از آن خود می‌کند. این بازی به همین شکل ادامه می‌یابد تا 30° کارت به یک بازیکن تعلق گیرد. آنگاه او برنده بازی است.

$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{11}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{8}{3}$

حل بعضی از تمرینات کتاب

سؤال ۲ تمرین صفحه ۳۹ به بدفهمی رایج دانش آموزان در جمع کسرها اشاره دارد. این بدفهمی از تعمیم نادرست رویه جمع کسرها با مخرج‌های مساوی به جمع کسرها با صورت‌های مساوی نشأت می‌گیرد. در سؤال ۳ که به کسرهای مساوی اشاره دارد، به غیر از کسر $\frac{15}{35}$ بقیه کسرها با کسر $\frac{5}{7}$ مساوی هستند. در سؤال ۷ انتظار می‌رود روش‌های مختلف برای مقایسه و مرتب کردن اعداد توسط دانش آموزان در کلاس مطرح و بررسی گردد.

در سؤال ۸، کسر به عنوان عملگر مطرح شده است که می‌تواند روی یک واحد اعمال شود و مقدار جدیدی را حاصل کند. در این سؤال دو کسر داده شده عملگر هستند که روی واحدی مثل پول عمل می‌کنند. میزان پول در مقایسه اهمیت دارد. اگر مثلاً میزان پول ما ۳۰۰۰۰ تومان و پول دوستان ۱۰۰۰۰ باشد، واضح است که $\frac{1}{3}$ پول ما ۱۰۰۰۰ تومان و نصف پول دوستان ۵۰۰۰ تومان می‌شود. پس ثلث پول ما از نصف پول دوستان بیشتر است با اینکه ثلث کمتر از نصف است. پس وابسته به میزان پول هر دو نفر، ثلث پول ما می‌تواند مساوی، کمتر یا بیشتر از نصف پول دوستان باشد. در این سؤال از رسم شکل نیز می‌توان برای مقایسه استفاده کرد.

در سؤال ۹ شکل داده و از دانش آموزان خواسته شده است با توجه به آن مسئله‌ای طرح کنند. دانش آموزان می‌توانند این مستطیل را چیزهای مختلفی مثل تعداد صفحات یک کتاب، مساحت یک باغچه، میزان پول یک نفر، ساعات اوقات فراغت و ... در نظر بگیرند و با توجه به آن مسئله‌ای مناسب برگرفته از دنیای واقعی را طرح نمایند.

توصیه‌های آموزشی

۱- انجام محاسبات با کسر، زمینه را برای انجام محاسبات اعداد گویا در دوره متوسطه آماده می‌سازد. آموزش رویه‌های الگوریتم‌ها، یادآوری آنها را برای دانش‌آموزان در آینده دشوار می‌سازد. بنابراین معلمان باید علاوه بر درک رویه‌ای بر درک مفهومی دانش‌آموزان از انجام محاسبات تأکید داشته باشند و نحوه انجام این محاسبات را در ذهن آنان عمق بخشند و ماندگار نمایند.

۲- معلمان باید دانش‌آموزان را بر روش‌های مختلف مقایسه ترغیب نمایند. زیرا این روش‌ها از یک سو حاکی از درک درست کسرها و در نظر گرفتن آنها به عنوان عدد می‌باشد. از طرف دیگر، تفکر، استدلال و خلاقیت دانش‌آموزان در مقایسه و مرتب کردن کسرها را نشان می‌دهد.

۳- دانش‌آموزان می‌توانند راهبردهای مختلفی را در حل مسائل ریاضی برگزینند. راهبرد رسم شکل یکی از این راهبردها است که در درک و ساده‌سازی مسائل کسر نقش بسزایی دارد. برای کشیدن شکل به اشکال دقیق و واقعی نیازی نیست؛ کافی است با داده‌ها، اطلاعات و خواسته‌های مسئله ارتباط داشته باشد. این راهبرد به دلیل داشتن مزایای مختلف در آموزش ریاضی و برنامه‌درسی ریاضی دوره ابتدایی از اهمیت بسزایی برخوردار است. این مزایا عبارتند از: ۱- به دانش‌آموزان کمک می‌کند موقعیت را تجسم کنند.^۱ ۲- مدل ساخته شده، تصویری ملموس از یک موقعیت مجرد را فراهم می‌کند. ۳- یادگیری دانش‌آموزان را از طریق دیدن و انجام دادن ارضا می‌کند. ۴- کلمات را به تصاویر قابل تشخیص برای ذهن‌های نارس تبدیل می‌کند.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

$$۱- \text{دانش‌آموزان در محاسباتی مانند } \frac{1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}} \text{ به اشتباه اعداد صورت را با اعداد}$$

مخرج ساده می‌نمایند. این بدهمی ناشی از تعمیم نادرست ساده کردن کسرها در ضرب به جمع یا تفریق کسرها است.

۲- دانش‌آموزان در مقایسه کسرها، صورت و مخرج کسرها را جداگانه در نظر

می‌گیرند و با هم مقایسه می‌کنند. مثلاً در مقایسه $\frac{3}{8}$ با $\frac{1}{2}$ چون فکر می‌کنند ۳ از

۱ بزرگ‌تر و ۸ از ۲ بزرگ‌تر است، پس نتیجه می‌گیرند که $\frac{3}{8}$ از $\frac{1}{2}$ بزرگ‌تر است. یا در مقایسه فکر می‌کنند از دو کسر با صورت مساوی کسری بزرگ‌تر است که مخرج بزرگ‌تری داشته باشد. مثلاً فکر می‌کنند $\frac{4}{7}$ کوچک‌تر از $\frac{4}{5}$ است، چون ۵ از ۷ کوچک‌تر است. این بدفهمی‌ها ناشی از عدم درک درست کسرها و عدم درک کسر به عنوان عدد و تعمیم نادرست مقایسه اعداد صحیح به کسرها است.

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

سؤال ۲ و ۳ این قسمت به بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان اشاره دارد. معلمان می‌توانند با زدن مثال‌های متفاوت و ناقض این بدفهمی‌ها، این اشتباهات را در ذهن دانش‌آموزان اصلاح نمایند.

حل بعضی از تمرین‌ها

سؤال ۵: به یادآوری محاسبه محیط و مساحت می‌پردازد که ممکن است دانش‌آموزان در محاسبه آن همچنان مشکل داشته باشند. معلمان می‌توانند با دست‌ورزی مناسب، مشکلات احتمالی آنان را برطرف نمایند. این دست‌ورزی مجسم می‌تواند به دانش‌آموزان در درک این موضوع که ضلع مشترک مستطیل و مثلث در محاسبه محیط کل شکل تأثیری ندارد، کمک نماید. بنابراین، محیط کل شکل با مجموع محیط‌های مثلث و مستطیل برابر نیست.

سؤال ۶: این سؤال چگال بودن کسرها و اینکه بین دو عدد صحیح بی‌شمار عدد کسری وجود دارد را بیان می‌کند. این مسئله می‌تواند به دانش‌آموزان در درک کسرها به عنوان عدد کمک شایانی نماید.

سؤال ۷: در این سؤال بخشی از یک مسئله داده شده و از دانش‌آموزان خواسته شده است با توجه به آن، مسئله‌ای طرح کنند. دانش‌آموزان باید مسائل متفاوت را طرح کنند و در کلاس بخوانند. دانش‌آموزان با نظارت معلم باید اشکالات احتمالی در مسائل مطرح شده توسط دوستانشان را برطرف نمایند.

سؤال ۸: در این سؤال مجموع سطرها، ستون‌ها و قطرهای باید برابر با $\frac{1}{2}$ یا $\frac{15}{30}$ شود.

دانش آموزان می توانند با زدن حدس های مختلف و بررسی آنها جواب درست را پیدا کنند.

$\frac{2}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{4}{30}$
$\frac{7}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$
$\frac{6}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{8}{30}$

$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{15}$
$\frac{7}{30}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{4}{15}$

سؤال ۱۱: چون شکل داده شده $\frac{4}{3}$ واحد یا ۴ تا $\frac{1}{3}$ واحد یا $\frac{1}{3}$ واحد را نشان می دهد پس سه قسمت از این شکل یک واحد را می سازد.



معما و سرگرمی

اگر مخزن «ب» از ۱۲ قسمت مساوی، مخزن «آ» از ۴ و مخزن «ج» از ۳ قسمت مساوی تشکیل شده باشد، سه مخزن روی هم از ۱۹ قسمت مساوی ساخته شده اند. اگر گنجایش آب کل سه مخزن را بر ۱۹ تقسیم کنیم هر قسمت ۹ لیتر آب می گیرد. بنابراین، در مخزن «آ»، «ب» و «ج» به ترتیب ۳۶، ۱۰۸ و ۲۷ لیتر آب جای می گیرد.

ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب
آ	آ	آ	آ									
ج	ج	ج										

برای حل این معما می توان از جدول تناسب زیر نیز بهره برد.

مخزن ج	۳	۲۷
مخزن آ	۴	۳۶
مخزن ب	۱۲	۱۰۸
مخزن آب	۱۹	۱۷۱

×۹

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$