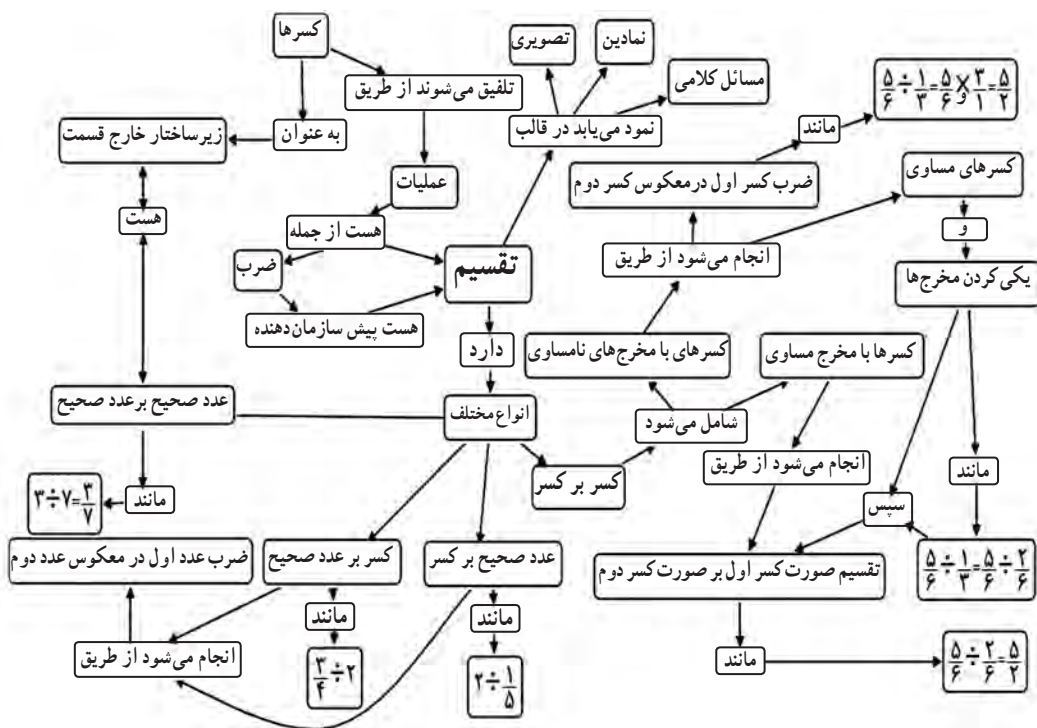


اهداف

- ۱- تقسیم دو کسر با مخرج‌های مساوی بر هم
- ۲- تقسیم دو کسر با مخرج‌های نامساوی بر هم

نقشه مفهومی



روش تدریس

فعالیت ۱: (صفحه ۳۲)

در درس سوم قرار است تقسیم کسر بر کسر با مخرج‌های مساوی و نامساوی آموزش داده شود. بر این اساس، هدف از این فعالیت آموزش تقسیم کسر بر کسر با مخرج‌های مساوی است. دانش‌آموزان در کلاس پنجم، ضرب عدد صحیح در کسر، کسر در عدد صحیح و کسر در کسر را آموزش دیده‌اند. از آنجا که مفهوم ضرب، پیش نیاز مفهوم تقسیم است، در این فعالیت برای ارائه مفهوم تقسیم از مفهوم ضرب عدد صحیح در کسر که پیش دانسته دانش‌آموزان است استفاده می‌شود. سیر بررسی این فعالیت در کتاب از چپ به راست یعنی شروع با مفهوم ضرب و رسیدن به مفهوم تقسیم است. در کلاس درس، معلم چندین ضرب عدد صحیح در کسر را ارائه می‌نماید و از دانش‌آموزان می‌خواهد برای آنها شکل و محور مناسب بکشند. پس از انجام این کار توسط دانش‌آموزان از آنها می‌خواهیم مسیر رفته را برگردند. مثلاً در ضرب $\frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$ پس از رسم شکل یا محور از دانش‌آموزان می‌خواهیم با توجه به شکل بگویند در $\frac{8}{9}$ چند تا $\frac{2}{3}$ وجود دارد؟ بعد از پاسخ کلامی دانش‌آموزان، از آنها می‌خواهیم آنچه گفته شده را با نمادهای ریاضی مناسب نمایش دهند. بعد از انجام این فعالیت با ضرب‌های مختلف و بررسی کتاب درسی از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که پس از بحث و گفت‌وگو نتیجه‌گیری مناسب داشته باشند و قاعده را کشف نمایند.

فعالیت ۲: (صفحه ۳۳)

هدف از این فعالیت که در قالب حل مسئله می‌باشد، آموزش تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی است. در این فعالیت از مطلب آموخته شده در فعالیت قبل یعنی تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی به عنوان پیش سازمان‌دهنده استفاده می‌شود و تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی آموزش داده می‌شود. برای اجرای این فعالیت در کلاس، معلم بهتر است بدون رجوع به کتاب درسی، مسئله را روی تخته بنویسد و از دانش‌آموزان بخواهد به مسئله پاسخ دهند. چه خوب است که دانش‌آموزان بدون راهنمایی معلم از راهبرد رسم شکل برای حل مسئله کمک بگیرند. در غیر این صورت معلم می‌تواند آنها را به استفاده از این راهبرد تشویق کند. انتظار می‌رود قسمت «الف» این مسئله برای دانش‌آموزان با کمک قاعده تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی به راحتی قابل حل باشد. در قسمت «ب» این مسئله که هدف اصلی است، انتظار می‌رود دانش‌آموزان با کمک رسم شکل یا محور اعداد و یکی کردن مخرج‌ها و استفاده از قاعده آموخته شده در فعالیت قبلی به حل مسئله نائل شوند و قاعده

درست را با بحث و گفتمان کلاسی مناسب کشف کنند. در غیر این صورت معلم نقش راهنما دارد و با مطرح کردن پرسش‌هایی نظیر «آیا قاعدهٔ آموخته شده برای تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی به شما کمکی می‌کند؟»، «برای استفاده از این قاعده باید کسرها چه ویژگی داشته باشند؟» و ... می‌تواند دانش‌آموزان را به مسیر درست و کشف قاعده رهنمون سازد. پس از بررسی این مسئله در کتاب درسی و تکمیل جاهای خالی، دانش‌آموزان سؤال ۲ همین فعالیت که برای تثبیت قاعدهٔ آموخته شده ارائه شده است را پاسخ می‌دهند.

فعالیت ۳: (صفحه ۳۴)

هدف از این فعالیت، ارائهٔ روشی دیگر برای تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی است. دانش‌آموزان در کلاس پنجم، تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح، کسر بر عدد صحیح و عدد صحیح بر کسر را آموزش دیده‌اند. از این پیش دانستهٔ دانش‌آموزان و آموختهٔ آنها در درس ضرب کسرها در پایهٔ ششم یعنی «معکوس یک عدد» استفاده می‌شود تا روش دیگری برای تقسیم کسرها ارائه گردد. در این فعالیت گفتمان بین معلم و دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با یکدیگر نقش بسزایی دارد. معلم تقسیم‌های مختلفی از تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح، کسر بر عدد صحیح و عدد صحیح بر کسر را روی تخته می‌نویسد و از دانش‌آموزان می‌خواهد تا به آنها پاسخ دهند. معلم برای اینکه دانش‌آموزان را به مسیر درست هدایت کند سؤالاتی را مطرح می‌نماید.

— معلم: تقسیم‌ها را چگونه انجام دادید؟

— دانش‌آموزان: عدد اول را نوشته، تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و عدد دوم معکوس می‌شود.

— معلم: در مورد تقسیم روبه‌رو چه حدسی می‌زنید؟

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} =$$
 (پس از انجام گفتمان ما بین دانش‌آموزان)

— دانش‌آموزان: همانند تقسیم‌های قبلی، عدد اول را نوشته، تقسیم به ضرب تبدیل می‌شود و عدد دوم معکوس می‌شود.

— معلم: می‌توانید درستی حدس خود را بررسی نمایید؟ (راهنمایی: از روش مساوی کردن مخرج‌ها در تقسیم با مخرج‌های مساوی و خاصیت جابه‌جایی در ضرب کسرها کمک بگیرید).

بررسی بعضی از سؤالاتی که در کلاس

هدف از سه کار در کلاس این درس، تثبیت قاعدهٔ آموخته شده در فعالیت پیش از آن است.

فعالیت‌های پیشنهادی

فعالیت ۱ :

برای آموزش تقسیم کسرها با مخرج‌های مساوی می‌توان از این فعالیت بهره برد. معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد نوار کاغذی درست کنند. سپس این نوار را به ۷ قسمت مساوی تقسیم و ۶ قسمت از آن را رنگ کنند.

– معلم : چه کسری از نوار شما رنگی است؟



– دانش‌آموزان : $\frac{6}{7}$

– معلم : حالا شما نوارتان را $\frac{2}{7}$ ، $\frac{2}{7}$ تقسیم نمایید و با قیچی ببرید. چه حدسی می‌زنید؟ هدف چیست؟

– دانش‌آموزان : می‌خواهیم ببینیم در $\frac{6}{7}$ چند تا $\frac{2}{7}$ وجود دارد؟



– معلم : بچه‌ها وقتی $\frac{6}{7}$ را تقسیم کردید چند تا $\frac{2}{7}$ به وجود آمد؟

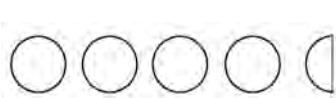
– دانش‌آموزان : ۳ تا

– معلم : کاری که انجام دادید را به ریاضی بنویسید.

– دانش‌آموزان :
$$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 3$$

فعالیت ۲ :

برای آموزش تقسیم کسرها با مخرج‌های نامساوی می‌توان از این فعالیت پیشنهادی نیز استفاده کرد. معلم به هر دانش‌آموز یک کلوچه می‌دهد و آنها را در گروه‌های ۵ نفره تقسیم می‌کند. سپس از آنها می‌خواهد $4\frac{1}{3}$ کلوچه را برای خود نگه دارند و باقی را در بشقاب روی میز معلم قرار دهند.



– معلم : $4\frac{1}{3}$ کلوچه یعنی چند تا کلوچه؟

– دانش‌آموزان : یعنی ۴ کلوچه و نصف یک کلوچه

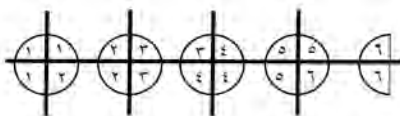
– معلم : اگر بخواهیم، این کلوچه‌ها را بین چند نفر تقسیم کنیم که به هر نفر $\frac{3}{4}$ کلوچه برسد، به

چند نفر کلوچه می‌رسد؟

— دانش‌آموزان: در واقع می‌خواهیم ببینیم در $\frac{1}{4}$ چند تا $\frac{3}{4}$ وجود دارد؟
 — معلم: درسته، حالا باید چکار کنیم؟
 — دانش‌آموزان: باید هر کلوچه را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم و ببینیم چند تا $\frac{3}{4}$ کلوچه داریم.

— معلم: حالا که هر کلوچه را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کردید چه کسری کلوچه دارید؟

— دانش‌آموزان: $\frac{18}{4}$



— معلم: چند تا $\frac{3}{4}$ کلوچه دارید و به چند نفر کلوچه می‌رسد؟

— دانش‌آموزان: ۶ تا و به ۶ نفر

— معلم: کاری که انجام داده‌اید را به ریاضی بنویسید.

— دانش‌آموزان: $\frac{18}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{4} \div \frac{3}{4} = 6$

حل بعضی از تمرینات کتاب: (صفحه ۳۵)

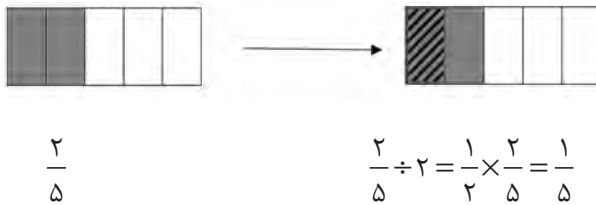
در سؤال‌های ۲، ۴، ۵ و ۶ که مسائلی از دنیای واقعی هستند، دانش‌آموزان می‌توانند کاربرد انواع تقسیم کسرها (عدد صحیح بر کسر، کسر بر عدد صحیح و کسر بر کسر) را در پیرامون و دنیای اطراف خود ببینند و ریاضی را با زندگی واقعی خود پیوند زنند.

سؤال‌های ۳ و ۹ این تمرین سؤال‌های باز پاسخی‌اند که با مبحث تقسیم در ارتباط هستند. این سؤال‌ها بی‌شمار جواب درست دارند. در سؤال ۳ دانش‌آموزان با یک تساوی و در سؤال ۹ با یک نامساوی سروکار دارند. بهتر است پاسخ‌های متفاوت در کلاس مطرح شود و روی تخته کلاس نوشته شود و دانش‌آموزان در رابطه با درستی و احیاناً نادرستی پاسخ‌های دوستان‌شان بحث کنند و بدفهمی و خطاهای احتمالی دانش‌آموزان در جریان این گفتمان مرتفع گردد. دانش‌آموزان می‌توانند برای حل این سؤال‌ها از راهبرد حدس و آزمایش استفاده کنند. در این سؤال‌ها دانش‌آموزان باید به علامت تقسیم توجه داشته باشند. برای راحتی کار می‌توانند از ضرب استفاده کنند و پس از زدن حدس،

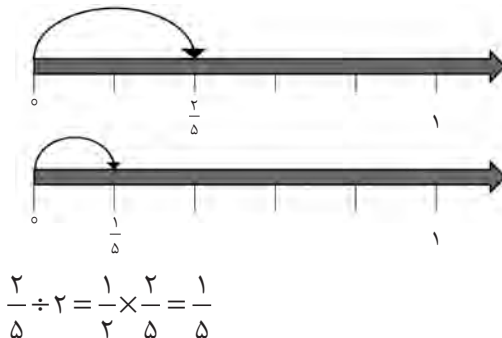
بررسی آن و یافتن جواب درست، معکوس کسر دوم را در جای خالی بنویسند. البته فاصله این راهکار پیشنهادی نباید توسط معلم در کلاس درس ارائه شود. باید به دانش‌آموزان فرصت تفکر داد تا راهکارها توسط آنان مطرح شود. در این سؤال‌ها ممکن است دانش‌آموزان از یک رویه غیر معمول در تقسیم کسرها استفاده کنند. به عبارتی ممکن است صورت‌ها و مخرج‌ها را جداگانه بر هم تقسیم نمایند. مثلاً در تقسیم داده شده این گونه عمل کنند: $\frac{8}{9} \div \frac{4}{3} = \frac{8 \div 4}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$. این رویه، غیر معمول و در عین حال درست می‌باشد. پر کردن دو تا از جاهای خالی کاملاً اختیاری است ولی دو جای خالی دیگر باید با حدس‌های منطقی و سپس بررسی و آزمایش جواب‌ها تکمیل گردد تا آنها به سمت پاسخ‌های صحیح هدایت شوند. معلم می‌تواند با پرسیدن اینکه «تعداد پاسخ‌های ممکن برای این سؤال چند تا است؟» دانش‌آموزان را به چالش بکشانند و پاسخ‌های بیشتری را از آنان جویا شود.

در سؤال ۷، تقسیم کسر بر عدد صحیح ($\frac{2}{5} \div 2$) داده شده و از دانش‌آموزان خواسته شده است، برای آن شکل بکشند. در این سؤال هم از شکل و هم از محور می‌توان استفاده کرد. دانش‌آموزان باید نصف $\frac{2}{5}$ را بیابند که همان کسر $\frac{1}{5}$ است. نمونه‌ای از شکل‌های کشیده شده توسط دانش‌آموزان در اینجا ارائه می‌شود.

نمونه ۱، با شکل:



نمونه ۲، با محور:



در سؤال ۸ این تمرین دانش‌آموزان باید برای تقسیم داده شده، مسئله طرح کنند. طرح مسئله ایده جدیدی در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی است. این ایده به افزایش خلاقیت در دانش‌آموزان کمک می‌نماید. از طرفی معلم می‌تواند بفهمد که دانش‌آموزان مفهوم تقسیم را به درستی درک کرده‌اند یا نه. همچنین بدفهمی‌ها و مشکلات دانش‌آموزان در خلال طرح مسئله به خوبی آشکار می‌گردد. معلم باید اجازه دهد دانش‌آموزان در کلاس مسائل طرح کرده را بخوانند و در خلال بحث‌های کلاسی، دانش‌آموزان نظرات خود را در رابطه با درستی یا نادرستی مسائل مطرح کنند و بدفهمی‌های احتمالی آنها در این روند مرتفع گردد. نمونه‌ای از مسائل مطرح شده توسط دانش‌آموزان در اینجا ذکر می‌گردد.

نمونه ۱: اگر نیم کیلوگرم پسته را میان ۵ نفر تقسیم نماییم به هر نفر چه کسری از یک کیلوگرم، پسته می‌رسد؟

نمونه ۲: خانم فاتح نیمی از باغچه خود را به کاشت سبزی ریحان، تره، شاهی، جعفری و پیازچه، اختصاص داده است. او می‌خواهد در ۵ ردیف این سبزی‌ها را بکارد. سهم هر ردیف چه کسری از باغچه است؟

نمونه ۳: سبحان نیمی از کتاب داستان خود را خوانده است. او قصد دارد بقیه کتاب داستان را در ۵ روز آینده بخواند. او در هر روز باید چه کسری از کل کتاب داستان را بخواند؟

توصیه‌های آموزشی

۱- در این درس توجه به پیش دانسته‌های دانش‌آموزان در شکل‌گیری مفهوم تقسیم و ارتباط آن با دانش جدید بسیار اساسی است. در عین حال مفهوم جدید می‌تواند خود پیش‌سازمان‌دهنده‌ای برای ارائه مطلب جدید باشد. مثلاً در ارائه مفهوم تقسیم کسر با مخرج‌های مساوی از پیش‌سازمان‌دهنده ضرب عدد صحیح در کسر استفاده شده است. در عین حال یکی از پیش‌دانسته‌های دانش‌آموزان برای تقسیم کسر با مخرج‌های نامساوی، رویه تقسیم کسر با مخرج‌های مساوی است. معلمان باید به ارتباط میان مفاهیم آموزشی مختلف و نقش آنها در شکل‌گیری مفاهیم جدید توجه ویژه‌ای داشته باشند.

۲- استفاده از بازنمایی‌های مختلف و برقراری ارتباط میان این بازنمایی‌ها جنبه‌های مختلف مفهوم پیچیده‌ای مانند تقسیم کسر را آشکار ساخته و یادگیری را آسان می‌کند. ارائه رویه تقسیم به تنهایی منجر به سطحی شدن درک دانش‌آموزان، بدفهمی و خطای تقسیم کسر می‌گردد. در مقابل

ارائه تقسیم کسرها با به کارگیری مدل‌های ملموس، استفاده از شکل و محور، کلام، زبان و نمادهای نوشتاری و پیوند این بازنمایی‌های مختلف با یکدیگر منجر به درک عمیق و مفهومی دانش‌آموزان می‌شود.

بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان:

۱- بdfهمی‌های مبتنی بر الگوریتم تقسیم: این دسته از اشتباهات از کاربرد نادرست الگوریتم تقسیم کسرها ناشی می‌شود. ممکن است دانش‌آموزان مراحل مختلفی که باید طی کنند را به یاد نیاورند یا ناقص به یاد آورند. مثلاً فراموش کنند که کسر دوم را باید معکوس نمایند، بنابراین به جای تقسیم، عمل ضرب را انجام دهند. دلیل اصلی این دسته از بdfهمی‌ها، عدم درک مفهومی الگوریتم تقسیم است. در این موارد غالباً مراحل الگوریتم به صورت گام‌های بی‌معنی حفظ شده‌اند و اگر یک مرحله فراموش شود، دانش‌آموزان قادر به یادآوری دوباره آن نیستند.

۲- بdfهمی‌های مبتنی بر درک شهودی: درک دانش‌آموزان از اعداد صحیح برای آنها باورهای ساختی که آنها را به کسرها تعمیم می‌دهند. در اعداد صحیح همیشه حاصل تقسیم (خارج‌قسمت) از مقسوم کوچک‌تر می‌شود. همین باور سبب می‌شود به‌دست آوردن جوابی بزرگ‌تر از عدد اول برای دانش‌آموزان نامعقول به‌نظر برسد. همچنین در تقسیم اعداد صحیح همواره مقسوم‌علیه از مقسوم کوچک‌تر است. تعمیم نادرست این مطلب به تقسیم کسرها سبب می‌شود که دانش‌آموزان عدد بزرگ‌تر را به عدد کوچک‌تر تقسیم نمایند.

۳- بdfهمی‌های مبتنی بر دانش رسمی: این بdfهمی‌ها ناشی از درک نادرست مفهوم کسرها و دانش محدود در زمینه خواص عملیات ریاضی است. دانش‌آموزان فکر می‌کنند تقسیم نیز مانند ضرب خاصیت جابه‌جایی دارد.