

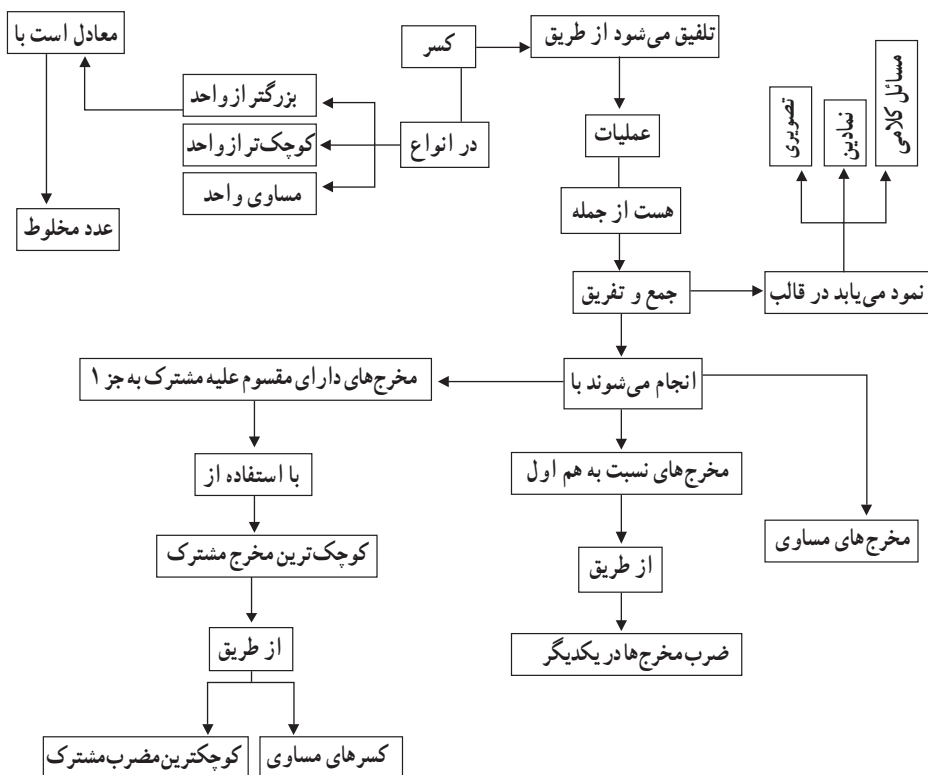


جمع و تفریق کسرها

اهداف

- ۱- یادآوری مفهوم واحد، کسر و عدد مخلوط
- ۲- یادآوری جمع و تفریق کسرها و اعداد مخلوط در حالات مختلف (مخرج‌های مساوی، مخرج یک کسر مضربی از مخرج دیگری و مخرج کسرها نسبت به هم اول)
- ۳- یافتن کوچک‌ترین مخرج مشترک در جمع و تفریق کسرهایی که مخرج آنها نسبت به هم اول نیست.

نقشه مفهومی



روش تدریس

فعالیت (ص ۲۴)

سؤال ۱- هدف این فعالیت ایجاد ارتباط بین ریاضیات با دنیای واقعی و یادآوری کردن مفهوم کسر است. پیشنهاد می‌شود که برای انجام این فعالیت، دانش‌آموزان گروه‌های دو یا چند نفره تشکیل دهند و کاربردهای کسر در زندگی واقعی مانند تقسیم‌بندی‌های مختلف میوه، نان، شکلات، کیک، پیتزا و کاربرد آن در اندازه‌گیری را بیان کنند و در مورد آنها گفت‌وگو کنند. سپس نتایج کار گروه‌ها در کلاس مطرح شود. بحث کردن در مورد پاسخ‌های دانش‌آموزان می‌تواند باعث ایجاد انگیزه برای اهمیت شناخت و یادگیری کسرها در آنها شود.

سؤال ۲- هدف این فعالیت یادآوری مفهوم واحد، کسر بزرگ‌تر از واحد، عدد مخلوط و ارتباط بین آنها همراه با بازنمایی‌های مختلف تصویری و نمادین است. اینکه عدد مخلوط و کسر بزرگ‌تر از واحد دو نمایش مختلف از یک عدد هستند با انجام این سؤال به راحتی قابل درک است. برای انجام این فعالیت می‌توان روز قبل از دانش‌آموزان خواست تا شکل‌های هندسی موجود در جدول را با استفاده از طلق یا مقوا درست کرده و به کلاس بیاورند و فعالیت را با دست‌ورزی انجام داده و سپس جدول را کامل کنند. در سطر آخر این جدول دانش‌آموزان باید خودشان واحد دلخواهی را در نظر گرفته و مراحل بعدی را انجام دهند. دادن چنین اختیاراتی به دانش‌آموزان، سبب بالا بردن خلاقیت در آنها خواهد شد. پیشنهاد می‌شود که انجام این فعالیت نیز به گروه‌های دو نفری سپرده شود.

سؤال ۳- هدف این فعالیت یادآوری جمع و تفریق کسرهایی است که مخرج آنها ضربی از یکدیگر و یا نسبت به هم اول (مقسوم علیه مشترکی به جز ۱ ندارند) هستند.

فعالیت (ص ۲۵)

هدف این فعالیت به دست آوردن کوچک‌ترین مخرج مشترک بین دو کسر با استفاده از کسره‌های مساوی است. برای انجام این فعالیت پیشنهاد می‌شود ابتدا در کلاس گروه‌بندی صورت گیرد، سپس معلم مسئله را روی تخته بنویسد و از گروه‌ها بخواهد بدون مراجعه به کتاب حاصل عبارت $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ را با یک یا چند روش به دست آورند. پس از مدتی از نمایندگان هر گروه خواسته شود تا راه‌حل‌هایشان را ارائه کنند و معلم جواب هر گروه را روی تخته بنویسد. انتظار می‌رود که دانش‌آموزان بتوانند با نوشتن کسره‌های مساوی با کسره‌های $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ مخرج مشترک کوچک‌تر از ۲۴ را برای دو کسر بیابند

و یا از روش‌های دیگری مانند رسم شکل و یا رسم محور با تقسیم‌بندی کمتر از ۲۴ جواب را پیدا کنند. در غیر این صورت معلم می‌تواند به عنوان راهنما نظر دانش‌آموزان را به سوی نوشتن کسرهای مساوی با این دو کسر سوق دهد و از آنها بخواهد که مخارج‌های مشترک بین آنها را ذکر کنند. سپس در مورد اینکه با انتخاب کدام مخرج مشترک می‌توان سریع‌تر به جواب رسید و یا تقسیم‌بندی‌های روی شکل یا محور را راحت‌تر انجام داد بحث و گفت‌وگو نموده تا دانش‌آموزان خودشان به این نتیجه برسند که برای انجام سریع‌تر محاسبات باید کوچک‌ترین مخرج مشترک را انتخاب نمایند. پس از انجام این بحث و گفت‌وگوها دانش‌آموزان به راحتی قادر به حل فعالیت کتاب هستند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

کار در کلاس ص ۲۶ :

هدف این کار در کلاس به‌دست آوردن کوچک‌ترین مخرج مشترک با استفاده از کوچک‌ترین مضرب مشترک بین مخرج‌ها است. می‌توان با انجام گفت‌وگویی مشابه با گفت‌وگوی زیر به هدف کار در کلاس رسید.

معلم : می‌خواهیم حاصل $\frac{5}{18} + \frac{1}{12}$ را به‌دست آوریم، به نظر شما برای به‌دست آوردن مخرج مشترک باید چه کاری انجام دهیم؟

دانش‌آموزان : کوچک‌ترین مخرج مشترک بین ۱۲ و ۱۸ را انتخاب کنیم.

معلم : چگونه؟

دانش‌آموزان : کسرهای مساوی با هر کسر را می‌نویسیم. مثلاً :

$$\frac{5}{18} = \frac{10}{36} = \frac{15}{54}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{2}{24} = \frac{3}{36} = \frac{4}{48}$$

پس کوچک‌ترین مخرج مشترک ۳۶ است.

معلم : بین مخرج کسرهای مساوی با مخرج کوچک‌ترین کسر، چه رابطه‌ای می‌بینید؟

دانش‌آموزان : ضربی از مخرج کسر کوچک هستند.

معلم : آیا برای پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک نیازی به صورت کسرها هست؟

دانش‌آموزان: خیر فقط به ضرایب مخرج‌ها نیاز داریم.
 معلم: با توجه به مطالبی که گفته شد چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 دانش‌آموزان: می‌توانیم از اول مضرب مخرج‌ها را بنویسیم و از بین آنها اولین مضرب مشترک یا کوچک‌ترین مضرب مشترک بین آنها را انتخاب کنیم.
 مثلاً:

مضرب‌های ۱۸، ۳۶، ۵۴، ...:

مضرب‌های ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...:

چون کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳۶ است پس به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می‌شود.

فعالیت‌های پیشنهادی

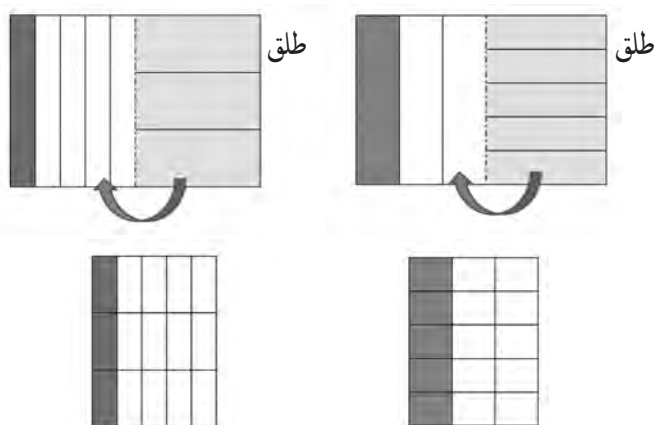
فعالیت ۱:

برای یادآوری عدد مخلوط و چگونگی تبدیل آن به کسر بزرگ‌تر از واحد می‌توان از نوارهای کاغذی استفاده کرد. ابتدا دانش‌آموزان به گروه‌های دو نفری تقسیم‌بندی می‌شوند و از هر کدام از گروه‌ها خواسته می‌شود که با تقسیم‌بندی‌های مناسب و رنگ زدن نوارها اعداد مخلوط خواسته شده را بسازند و سپس آنها را به کسر بزرگ‌تر از واحد تبدیل کنند. مثلاً ابتدا با استفاده از ۴ نوار کاغذی $3\frac{1}{4}$ را درست کنند یعنی ۳ نوار کامل را نگه داشته و نوار چهارم را نصف کرده و آنها را رنگ کنند. سپس از آنها خواسته می‌شود که هر واحد را به ۲ قسمت مساوی تقسیم کنند و مقدار کسر شناخته شده را بگویند. با بریدن هر نوار به دو قسمت مساوی ۷ تکه $\frac{1}{4}$ ساخته می‌شود که می‌شود $\frac{7}{4}$. همچنین می‌توان از دانش‌آموزان خواست که با کنار هم قرار دادن این تکه‌ها دوباره عدد مخلوط اولیه را بسازند تا رابطه بین عدد مخلوط و کسر بزرگ‌تر از واحد را به طور عمیقی درک کنند. با این کار دانش‌آموزان می‌فهمند که کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط در واقع دو نمایش مختلف برای یک عدد هستند.

فعالیت ۲:

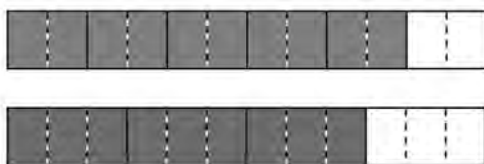
جهت یادآوری جمع و تفریق اعداد کسری و همچنین برای یادآوری کسره‌های مساوی می‌توان از دست‌ورزی زیر بهره گرفت. از دانش‌آموزان می‌خواهیم که یک کاغذ و یک طلق شیشه‌ای هم‌اندازه را از کنار به هم بچسبانند. مثلاً برای انجام عبارت $\frac{1}{5} + \frac{1}{3}$ ابتدا $\frac{1}{3}$ را روی یک مقوا با تقسیم‌بندی‌های

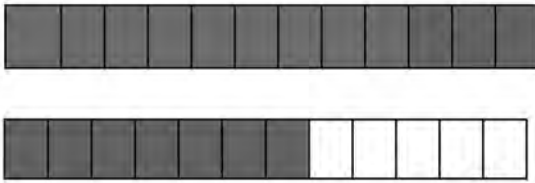
عمودی نمایش دهند و سپس با توجه به مخرج کسر دیگر طلق چسبیده به آن را به طور افقی به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنند تا با تا شدن طلق و قرار گرفتن روی کاغذ $\frac{1}{3}$ به $\frac{5}{15}$ تبدیل شود، همین کار را برای $\frac{1}{5}$ انجام دهند تا به $\frac{3}{15}$ تبدیل شود.



فعالیت ۳ :

برای انجام این فعالیت به ۴ نوار سفید یکسان، مدادهای رنگی مختلف، قیچی و خطکش نیاز است. ابتدا عبارت $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ روی تخته نوشته می‌شود و از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا هر کدام از کسرهای را روی یک نوار نشان دهند، سپس آنها را بریده و روی نوارهای سفید دیگری کنار هم بچسبانند. اما برای انجام این کار چون تقسیم‌بندی‌ها یکسان نیست ابتدا دانش‌آموزان باید نوارها را به قسمت‌های مساوی تقسیم‌بندی کنند. برای تقسیم‌بندی کمتر و راحتی کار با راهنمایی و گفت‌وگوی معلم نظر دانش‌آموزان به سوی نوشتن کسرهای مساوی جلب می‌شود. پس از نوشتن کسرهای مساوی و پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا نوارها را تقسیم‌بندی کنند. پس از اینکه دانش‌آموزان هر نوار را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم کردند، باید قسمت‌های رنگی را بریده و روی دو نوار کاغذی سفید دیگر کنار هم بچسبانند و جواب عبارت را به‌دست آورند.





حل بعضی از تمرینات کتاب (ص ۲۷)

۳- هدف این سؤال به دست آوردن جواب به طور دقیق نیست بلکه دانش آموزان باید بتوانند با درک عمیق تری کسرها را تقریب بزنند و سریع به جواب برسند. مثلاً $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ به $\frac{۱۰۰}{۱۰۰}$ یعنی ۱ و $\frac{۵}{۸}$ به $\frac{۴}{۸}$ یا $\frac{۵}{۸}$ نزدیک اند، پس جواب به $\frac{۱}{۵}$ نزدیک است.

۵- در این سؤال یکی از بدفهمی‌هایی که برخی از دانش آموزان در جمع کردن کسرها دارند ارائه شده است. گاهی دانش آموزان در جمع دو کسر با صورت‌های مساوی، یکی از صورت‌ها را نوشته و مخرج کسرها را با یکدیگر جمع می‌کنند. در واقع این دانش آموزان قانونی را که برای جمع کردن کسرها با مخرج‌های یکسان درست است را به طور اشتباه به جمع کسرها با صورت‌های یکسان تعمیم می‌دهند. این دانش آموزان هنوز به درک عمیقی از مفهوم کسر نرسیده‌اند. گفتمان و بحث کلاسی روی این سؤال و همچنین کمک گرفتن از دست‌ورزی کمک شایانی به از بین رفتن و اصلاح شدن آن خواهد کرد.

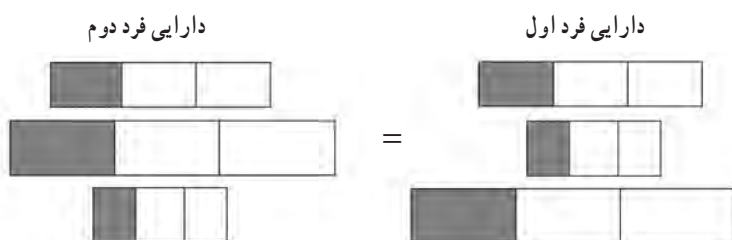
۶- هدف این سؤال طرح مسئله توسط دانش آموزان است. طرح مسئله باعث کشف و خلق مسئله‌های جدید و متنوع می‌شود و فرصتی برای بروز افکار و درک دانش آموزان راجع به مفاهیم مختلف ایجاد می‌کند. برای بررسی جواب‌های دانش آموزان می‌توان با گروه‌بندی کردن مناسب، به دانش آموزان فرصت بررسی و اصلاح مسئله‌ها و یادگیری مسائل جدید در گروه را داد. در زیر به ذکر چند نمونه از سؤالات پیشنهادی پرداخته می‌شود. قابل ذکر است که معلم به هیچ عنوان طرح کننده مسئله نیست و فقط دانش آموزان مسئله را طرح می‌کنند و مسئله‌های زیر فقط به عنوان نمونه آورده شده‌اند.

نمونه ۱) اگر نلگین دیروز $\frac{۵}{۱۲}$ ساعت و امروز $\frac{۷}{۱۰}$ ساعت تمرین ریاضی انجام داده باشد، او در مجموع چند ساعت تمرین ریاضی انجام داده است؟

نمونه ۲) برای درست کردن دو نوع شیرینی به $\frac{۵}{۱۲}$ کیلوگرم آرد برای نوع اول و $\frac{۷}{۱۰}$ کیلوگرم آرد برای نوع دوم، نیاز است. روی هم چه مقدار آرد لازم است؟

۷- در این تمرین ممکن است برخی از دانش‌آموزان به دلیل عدم درک صحیح مفهوم واحد و خاصیت عملگر بودن کسرها، کسرها را به صورت مجزا ببینند و به این دلیل که کسرها با هم مساوی هستند جواب نادرستی را به مسئله بدهند.

جواب این سؤال خیر است، زیرا مبالغ اهدا شده توسط این دو نفر ممکن است با هم متفاوت باشد. مثلاً ممکن است دارایی فرد اول ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان و فرد دوم ۶۰۰۰۰۰۰۰ تومان باشد که $\frac{1}{3}$ دارایی فرد اول می‌شود ۱۰۰۰۰۰۰۰ تومان و $\frac{1}{3}$ دارایی فرد دوم می‌شود ۲۰۰۰۰۰۰۰ تومان. می‌توان با استفاده از راهبرد رسم شکل نیز به راحتی این سؤال را حل نمود.



توصیه‌های آموزشی

۱- معلمان دقت کنند که در طرح کردن سؤال برای جمع و تفریق کسرها اعدادی که در مخرج قرار می‌گیرند نباید خیلی بزرگ و نامعقول باشند زیرا هدف، انجام محاسبات سنگین نیست بلکه آموزش راه درست است.

۲- ایجاد فرصتی برای گفتمان در کلاس می‌تواند به درک بهتر مفاهیم ریاضی کمک بسیار زیادی کند. گفت‌وگوی دانش‌آموزان با معلم و گفت‌وگوی آنها با یکدیگر چه انفرادی و چه به صورت گروهی و توضیح دادن تفکرات و دفاع از ایده‌ها و قضاوت و ارزیابی در مورد ایده‌های ریاضی دانش‌آموزان دیگر و نیز نقد و بررسی راه‌حل‌های یک مسئله در کلاس درس، بخش‌های بسیار مهمی از فرایند گفتمان ریاضی به شمار می‌روند.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱- برخی از دانش‌آموزان بین دو تفریق $\frac{1}{5} - 3 - 7$ و $\frac{2}{3} - 1$ تفاوتی قائل نیستند. مثلاً در $\frac{1}{5} - 3 - 7$ قسمت‌های صحیح را از هم کم می‌کنند و $\frac{1}{5}$ را به دست می‌آورند.

در واقع این دانش‌آموزان بخش کسری را در تفریق نادیده می‌گیرند. یکی از دلایل این بدفهمی این است که دانش‌آموزان قاعده‌ای راجع به جمع اعداد مخلوط که «قسمت‌های صحیح با هم و کسرها با هم» را به طور نادرست برای انجام تفریق و یا حتی برای انجام ضرب اعداد مخلوط تعمیم می‌دهند.

۲- بدفهمی رایج دیگر این است که در جمع و تفریق کسرها مثلاً هنگامی که می‌خواهند حاصل عبارت $3\frac{1}{2} + \frac{5}{7}$ را به دست آورند وقتی می‌خواهند مخرج کسرها را با هم برابر کنند فقط مخرج‌ها را در یک عدد ضرب می‌کنند و صورت‌ها را به همان شکل اولیه باقی می‌گذارند و عبارت را به صورت $3\frac{1}{14} + \frac{5}{14}$ نوشته و حاصل را به دست می‌آورند. دلیل این بدفهمی درک نادرستی از کسرهای مساوی است.