

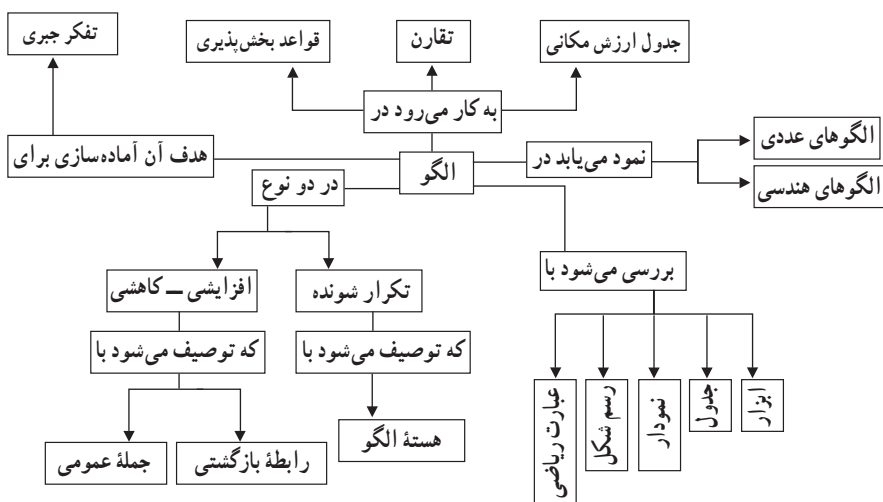


الگوهای عددی

اهداف

- ۱- توسعه تفکر جبری از طریق تعمیم
- ۲- آشنایی با اعداد زوج و فرد از طریق الگوها
- ۳- آشنایی و درک مفهوم مضرب
- ۴- کشف روابط موجود در الگوهای خطی و بیان آنها با عبارات کلامی و نمادی

شبکه مفهومی



روش تدریس

فعالیت ۱: (صفحه ۲)

دانش آموزان تا کنون با الگوهای متنوعی در کتاب های درسی روبه رو شده اند و نظم موجود در الگوهای مورد مشاهده را درک کرده و توانسته اند در پاسخ گویی به سؤال های مختلف از این

قاعده‌های کشف‌شده، استفاده کنند. اما در کتاب ششم هدف آموزشی این است که دانش‌آموزان بتوانند قاعده کشف شده را با استفاده از عبارات فارسی و نمادهایی مانند $\triangle$ ، $\square$ ، $\circ$ و ... بیان کنند و یک قاعده کلی و عمومی برای الگو بیابند. در این مرحله رابطه‌های بازگشتی (رابطه‌هایی که ارتباط هر مرحله از الگو را با مرحله قبلی نشان می‌دهد) مدنظر نیست. بلکه به دنبال رابطه‌ای هستیم که ارتباط تعداد عناصر هر مرحله از الگو را با شماره آن مرحله نشان دهد و به کمک چنین رابطه‌ای است که می‌توان الگو را در هر مرحله آن پیش‌بینی کرد.

در صفحه ۲ کتاب از زمینه اعداد زوج و فرد برای آموزش این مفهوم استفاده شده است. برای تدریس این صفحه پیشنهاد می‌شود که دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل دهند و بدون توضیحی از جانب معلم این صفحه را حل کنند. سپس نتایج کار گروه‌ها در کلاس به بحث گذاشته شود.

فعالیت ۲: (صفحه ۴)

در صفحه ۴ کتاب یک زمین بازی طراحی شده است که نیمه راست آن شامل تونل‌هایی است که در هر کدام به تعداد زوج توپ وجود دارد و نیمه چپ آن نیز شامل تونل‌هایی است که در هر کدام به تعداد فرد توپ قرار دارد. در این فعالیت دانش‌آموزان باید مسیری را در این زمین بازی انتخاب کنند و در پایان بگویند تعداد توپ‌هایی که جمع‌آوری کرده‌اند زوج است یا فرد. هدف فعالیت این است که در طول انجام آن، دانش‌آموزان کشف کنند وقتی اعداد زوج و فرد در حالت‌های مختلف با هم جمع می‌شوند حاصل عددی زوج است یا فرد. برای رسیدن به این هدف لازم است دانش‌آموزان چندین بار فرایند پیشنهادی کتاب را تجربه کنند. برای اجرای این فعالیت، می‌توانید از روش زیر استفاده کنید:

دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل دهند. به هر گروه یک کپی از این زمین بازی داده شود. (از صفحه ۴ کتاب برای اجرای فعالیت استفاده نکنید. چون با توجه به سؤال‌هایی که در پایین زمین بازی آورده شده است ممکن است دانش‌آموزان نتیجه فعالیت را حدس بزنند بدون اینکه عمیقاً درگیر فرایند کشف نتایج مورد نظر شوند.) سپس از گروه‌ها خواسته شود روی سؤال‌هایی مشابه سؤال‌های زیر بحث کنند و نتایج بحث گروه‌ها در کلاس مطرح شود و هر گروه از ادعاها و نتیجه‌گیری‌های خود دفاع کند:

۱- آیا امکان دارد دو تونل از نیمه راست، به عنوان مسیر رفت و برگشت انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به تعداد فرد توپ داشته باشید؟ چرا؟

۲- دو تونل از نیمه چپ، به عنوان مسیر رفت و برگشت انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به تعداد زوج توپ داشته باشید. چند مسیر توانستید پیدا کنید؟

۳- یک تونل از نیمه راست و یک تونل از نیمه چپ انتخاب کنید به طوری که هنگام خروج به

تعداد زوج توپ داشته باشید. آیا امکان دارد؟ چرا؟

پس از اتمام بحث، پیشنهاد می‌شود یک بازی به شرح زیر در کلاس اجرا شود. به گروه‌ها یک دسته کارت شامل اعداد ۳ تا ۲۳ بدهید. دانش‌آموزان باید کارت‌ها را مخلوط کنند و آنها را به پشت (طوری که اعداد کارت‌ها معلوم نباشد!) روی میز قرار دهند. در هر مرحله بازی، کارت بالایی برگردانده می‌شود و هر نفر که بتواند مسیری در تونل‌ها پیدا کند که حاصل جمع توپ‌های آن برابر عدد روی کارت باشد یک امتیاز می‌گیرد. در پایان بازی کسی برنده است که امتیازات بیشتری کسب کرده باشد.

در پایان کلاس به عنوان کار در منزل، از دانش‌آموزان خواسته شود که با این زمین، بازی جدیدی طراحی کنند و در کلاس مطرح کنند.

فعالیت ۲: (صفحه ۴ و ۵)

در سؤال ۲ فعالیت، مفهوم مضرب به کمک الگوهای هندسی معرفی شده است. برای آموزش این مفهوم، مطابق روش کتاب، از دانش‌آموزان خواسته شود با چوب کبریت الگوهای هندسی ۲ تایی، ۳ تایی، ۴ تایی و ... بسازند و سپس رابطه موجود در آن را با عبارت فارسی و نمادهایی مانند $\square$ ، $\bigcirc$ ، $\triangle$ و ... بیان کنند. نتایج کار دانش‌آموزان روی تخته کلاس کشیده شود و سپس مفهوم مضرب به آنها ارائه شود. در پایان، دانش‌آموزان می‌توانند صفحات ۴ و ۵ کتاب را به طور انفرادی حل کنند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

۱- در سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۵، پس از حل سؤال توسط دانش‌آموزان، می‌توان آنها را اینگونه به چالش کشید که بررسی کنند چند پاسخ ممکن برای این مسئله وجود دارد؟

فعالیت‌های پیشنهادی

فعالیت ۱:

پیشنهاد می‌شود این فعالیت قبل از انجام کار در کلاس صفحه ۳ اجرا شود. از بچه‌ها خواسته شود به اطراف خود دقت کنند و الگوهایی مثال بزنند که از اعداد زوج تشکیل شده باشد. سپس دانش‌آموزان در گروه‌های سه یا چهار نفری گروه‌بندی شوند و از گروه‌ها خواسته شود یک ماشین ورودی - خروجی طراحی کنند که همه اعداد زوج را بسازد و همه خروجی‌های آن اعداد زوج باشد. نتایج کار گروه‌ها روی تخته کلاس نوشته شود در مورد شباهت‌ها و تفاوت‌های این ماشین‌ها در کلاس بحث شود. در مرحله بعد از بچه‌ها خواسته شود به ازای ورودی‌ها $\bigcirc$ و به ازای خروجی‌ها $\square$

بگذارند و ماشین خود را به یک عبارت ریاضی با نمادهای $\square$ و $\bigcirc$ تبدیل کنند.

در قسمت بعدی از آنها خواسته شود یک ماشین ورودی - خروجی طراحی کنند که همه اعداد فرد را به ازای ورودی‌های ۱، ۲، ۳، ... تولید کند و همیشه خروجی‌های این ماشین فرد باشد. نتایج کار گروه‌ها روی تخته کلاس نوشته شود. در مورد شباهت‌ها و تفاوت‌های این ماشین‌ها در کلاس بحث شود. در مرحله بعد از دانش‌آموزان خواسته شود به ازای ورودی‌های $\bigcirc$ ، و به ازای خروجی‌های $\square$ بگذارند و ماشین خود را به یک عبارت ریاضی با نمادهای $\square$ و $\bigcirc$ تبدیل کنند.

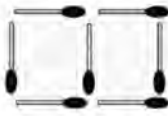
در ادامه فعالیت می‌توان دانش‌آموزان را با این چالش روبه‌رو کرد که برای هر مرحله ماشینی بسازند که عکس ماشین قبلی عمل کند. یعنی خروجی‌های ماشین قبلی را بگیرد و ورودی‌های معادل آنها را سازد. در واقع در ماشین جدید باید $\bigcirc$ و $\square$ جابه‌جا شوند.

فعالیت ۲ :

هدف فعالیت این است که دانش‌آموزان بتوانند به یک الگو به شیوه‌های مختلف نگاه کنند. برای دستیابی به این هدف، الگوی چوب کبریتی زیر را در نظر بگیرید :



(۱)



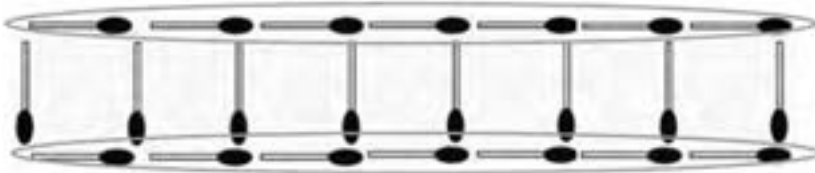
(۲)



(۳)

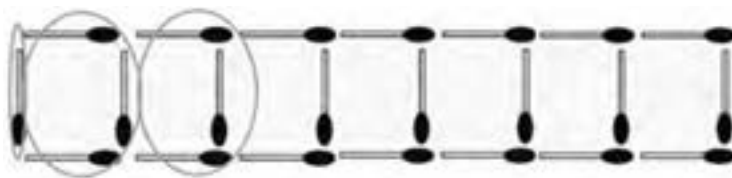
قبل از کلاس سه دانش‌آموز انتخاب شود و به هر کدام از آنها یکی از روش‌های زیر برای شمارش چوب کبریت‌های شکل هفتم آموزش داده می‌شود :

روش اول : ابتدا چوب کبریت‌های ردیف بالا، سپس چوب کبریت‌های ردیف پایین و در نهایت چوب کبریت‌های عمودی بین دو ردیف شمارش شود.

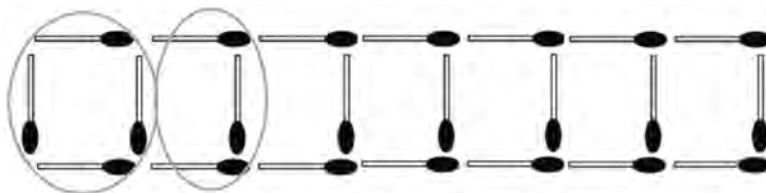


روش دوم : ابتدا چوب کبریت عمودی سمت چپ به صورت تنها در نظر گرفته شود و سپس

دسته‌های سه تایی چوب کبریت‌ها شمرده شود.



روش سوم: ابتدا چوب کبریت‌های مربع اول شمرده شود و سپس چوب کبریت‌های باقیمانده به صورت دسته‌های سه تایی شمارش شود.



در شروع کلاس معلم دانش‌آموزان را در گروه‌های سه یا چهار نفره گروه‌بندی می‌کند. سپس الگوی بالا را روی تخته می‌کشد و هر کدام از آن سه دانش‌آموز را یک به یک پای تخته می‌آورد و از آنها می‌خواهد چوب کبریت‌های شکل هفتم را با روشی که یاد گرفته بودند بشمارند. پس از بیان روش هر دانش‌آموز، از گروه‌ها خواسته می‌شود یک قانون کلی برای به دست آوردن تعداد چوب کبریت‌ها، براساس این روش شمارش بنویسند و قانون خود را به صورت عبارت ریاضی با نمادهای $\square$ ، $\bigcirc$ ، $\triangle$ ، و ... بیان کنند. رابطه‌های زیر برای هر کدام از سه روش شمارش توسط دانش‌آموزان بیان خواهد شد:

روش اول	$1 + \text{شماره شکل} + (2 \times \text{شماره شکل}) = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$
روش دوم	$(3 \times \text{شماره شکل}) + 1 = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$
روش سوم	$(3 \times (1 - \text{شماره شکل})) + 4 = \text{تعداد چوب کبریت‌ها}$

گروه‌ها نتایج کار خود را روی تخته بنویسند و درباره چرایی درستی هر سه روش در کلاس گفتگو شود. در این فعالیت علاوه بر تمرین نوشتن عبارت ریاضی، ممکن است برخی از دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که این سه عبارت ریاضی نتایج یکسانی دارد و با هم مساوی است.

(در سایت <http://nrich.maths.org/811> فیلم‌هایی برای این سه روش شمارش تهیه شده است.

در صورت امکان نمایش فیلم در کلاس، می‌توانید برای اجرای فعالیت از این سایت استفاده کنید.)

فعالیت ۳:

این فعالیت به صورت بازی قابل اجراست. زیرا در آن برنده و بازنده وجود دارد. هدف بازی: بررسی ویژگی‌های اعداد زوج و فرد در محاسبات (جمع) ابزار مورد نیاز: توپ‌هایی که اعداد ۱ تا ۹ روی آنها نوشته شده است، و کیسه (به تعداد گروه‌ها) (در صورت در دسترس نبودن توپ، می‌توان از کارت‌های عددی ۱ تا ۹ نیز استفاده کرد). روش بازی: ابتدا دانش‌آموزان گروه‌های دو نفری تشکیل می‌دهند. به هر گروه یک کیسه حاوی ۵ توپ داده می‌شود که اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ (مجموعه A) روی توپ‌ها نوشته شده است. هر بازیکن در ابتدای بازی انتخاب می‌کند که می‌خواهد فرد باشد یا زوج. سپس در هر نوبت یکی از بازیکنان دو توپ از کیسه بیرون می‌آورد. اعداد روی این دو توپ را با هم جمع می‌کند. اگر حاصل عددی زوج بود برای بازیکن زوج یک امتیاز ثبت می‌شود و اگر حاصل فرد بود برای بازیکن فرد یک امتیاز ثبت می‌شود. پس از اینکه این فرایند حدود ۱۰ بار تکرار شد بازی تمام می‌شود و کسی برنده است که امتیاز بیشتری کسب کرده باشد.

پس از پایان این مرحله معلم باید از گروه‌ها بپرسد که آیا این بازی عادلانه بود؟ برای پاسخ‌گویی به این سؤال، دانش‌آموزان باید همه حالت‌های ساخته شدن حاصل جمع زوج و فرد در مجموعه A را پیدا کنند و تعداد این حالت‌ها را با هم مقایسه کنند. اگر تعداد حالت‌های زوج و فرد با هم برابر بود بازی عادلانه است و در غیر این صورت بازی ناعادلانه است.

این بازی می‌تواند با مجموعه‌های B، C و D نیز به همین ترتیب انجام شود.

مجموعه B: ۱، ۳، ۵، ۶ و ۷

مجموعه C: ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۸

مجموعه D: ۱، ۳، ۴، ۵، ۷ و ۹

با توجه به اینکه مفهوم بازی عادلانه و ناعادلانه در پایه پنجم مطرح شده است انتظار می‌رود که دانش‌آموزان با این مفهوم آشنایی کامل داشته باشند. همچنین لازم به ذکر است در این بازی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن هر مجموعه، مهم‌ترین بخش این بازی است که در جریان آن دانش‌آموزان به بررسی ویژگی‌های اعداد زوج و فرد در محاسبات می‌پردازند. (در صورت امکان استفاده از کامپیوتر، می‌توانید این بازی را در سایت <http://nrich.maths.org/4308> با دانش‌آموزان خود انجام دهید).

حل بعضی از تمرین‌های کتاب

سؤال ۲: بعد از رنگ کردن مضرب‌های ۳ و ۵ در جدول اعداد ۱ تا ۱۰۰، این جدول به صورت زیر خواهد بود. لازم به ذکر است که از این جدول می‌توان در انجام بازی معرفی شده در بخش «معما و سرگرمی» انتهای فصل استفاده کرد.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

سؤال ۳: الگوی این تمرین را می‌توان به شیوه‌های مختلف نگاه کرد. چند عبارت ریاضی مربوط به این الگو عبارت است از:

$$\begin{aligned} \square &= \text{شماره شکل} & \bigcirc &= \text{تعداد مربع‌ها} \\ \bigcirc &= (2 \times (\square + 1)) + \square \\ \bigcirc &= (3 \times (\square + 1)) - 1 \\ \bigcirc &= (3 \times \square) + 2 \end{aligned}$$

اجازه دهید دانش‌آموزان روش‌های مختلف خود را روی تخته بنویسند و در کلاس درباره درستی این روش‌ها و تفاوت‌ها و شباهت‌های آنها گفتگو شود.

سؤال ۶: برای پیدا کردن اعدادی که مضرب ۱۲ و ۱۵ باشند مانند روش کتاب عمل کنید تا عددی فراموش نشود.

$$\begin{aligned} 1 \times \square &= 12 & 2 \times \square &= 12 & 3 \times \square &= 12 \\ 4 \times \square &= 12 & 6 \times \square &= 12 & 12 \times \square &= 12 \end{aligned}$$

به ضرب 4×3 رسیدیم که تکراری است، عامل‌های ضرب تکراری می‌شود و می‌توان دیگر ادامه داد. نتیجه می‌گیریم که ۱۲ می‌تواند مضرب اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ و ۱۲ باشد. همین فرایند برای عدد ۱۵ نیز تکرار می‌شود.

توصیه‌های آموزشی

- ۱- توانایی بیان رابطه کلی در الگوها با عبارات فارسی یا عبارات ریاضی با نمادهای $\triangle$ ، $\square$ ، $\bigcirc$ و ... مهارتی فراتر از درک الگو و توانایی تعمیم دادن آن است. به این معنی که ممکن است دانش‌آموزی الگو و نظم موجود در آن را کاملاً درک کرده باشد اما نتواند این نظم را در قالب عبارات بیان کند. لذا توصیه می‌شود برای شکل‌گیری و تقویت چنین مهارتی زمان کافی به دانش‌آموزان بدهید و با انجام فعالیت‌های متنوع آنها را در دستیابی به این مهارت همراهی کنید.
- ۲- در بررسی الگوها، طرح ایده‌های مختلف و بیان عبارت‌های ریاضی متناسب با این ایده‌ها، فرصتی غنی برای تمرین تفکر جبری است. چرا که دانش‌آموزان می‌بینند عبارت‌های ریاضی به ظاهر متفاوت برای یک الگو دارای نتایج یکسانی هستند. لذا توصیه می‌شود در بررسی الگوهای مختلف، همه دانش‌آموزان فرصت بیان نظرات و ایده‌های خود را داشته باشند.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

- ۱- مهم‌ترین بدهمی این است که دانش‌آموزان بین دو جمله متوالی یک الگو، رابطه‌ای کشف می‌کنند و بدون آنکه آن را برای جمله‌های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می‌برند. در حالی که ممکن است آن رابطه برای جمله‌های بعدی صدق نکند. برای رفع این مشکل همیشه رابطه بیان شده را در تمام جمله‌های داده شده از الگو امتحان کنید و این کار را به دانش‌آموزان آموزش دهید.
- ۲- بدهمی دیگر این است که برخی از دانش‌آموزان تصور می‌کنند نسبت تعداد عناصر هر دو جمله، برابر با نسبت شماره آن دو جمله است. به طور مثال برای پیدا کردن تعداد عناصر جمله دهم، تعداد عناصر جمله پنجم را دو برابر می‌کنند. برای رفع این مشکل، بازنمایی جدول مناسب است چرا که تعداد عناصر و شماره جمله‌ها در آن قابل مشاهده است و دانش‌آموزان می‌توانند قطعی نبودن چنین رابطه‌هایی را از آن نتیجه بگیرند.