

احتمال

اهداف

- ۱- یادآوری مفهوم احتمال و واژه‌های مرتبط با آن
 - ۲- توانایی بیان در امکان رخ دادن یک اتفاق به کمک واژه‌ها و با توجه به تجربه‌های قبلی
 - ۳- آشنایی با مفهوم آزمایش و مفهوم تکرارهای زیاد یک آزمایش
 - ۴- آشنایی با بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه و توانایی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌های شانسی ساده
- ابزارهای مورد نیاز:
- ۱- تاس
 - ۲- سکه
 - ۳- چرخنده
 - ۴- مهره یا دکمه‌های رنگی و پاکت
 - ۵- کاغذ شطرنجی

روش تدریس

درس را با تشکیل گروه‌های کوچک شروع کنید و فرصت دهید تا دانش‌آموزان در گروه به انجام فعالیت اول بپردازند. شما هم به گروه‌ها سر بزنید و در صورت بروز اشکالات احتمالی دانش‌آموزان را هدایت کنید. در پایان از یکی از اعضای هر گروه بخواهید یکی دو تا از جمله‌های ساخته شده در گروه را برای بقیه بخواند.

فعالیت دوم انجام دادنی است و لازم است از قبل وسایل لازم برای انجام آن فراهم شود.

می‌توانید برای هر گروه یک سری وسیله آماده کنید. خود دانش‌آموزان هم می‌توانند در آماده‌سازی وسایل همراه شما باشند.

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید هریک به تنهایی قسمت (الف) فعالیت را کامل کنند. دقت کنید که در این فعالیت احتمال بیشتر، کمتر یا برابر برای رخ دادن یک اتفاق در مقایسه با رخ ندادن همان اتفاق بیان شده است و نه در مقایسه با رخ دادن اتفاقات دیگر. مثلاً احتمال آنکه مهره قرمز باشد از احتمال آنکه مهره زرد باشد بیشتر است، اما احتمال قرمز بودن مهره با احتمال قرمز نبودن آن برابر است و بنابراین در این مورد احتمال برابر علامت زده شده است.

انتظار می‌رود دانش‌آموزان با توجه به تجربه‌های قبلی‌شان به این قسمت پاسخ درست بدهند. پس از انجام قسمت (الف) وسایل را در اختیار گروه‌ها قرار دهید. در قسمت (ب) هر دانش‌آموز باید ۲۰ بار آزمایش را انجام دهد و نتیجه را با کمک چوب خط در جدول یادداشت کند. در این قسمت فرصتی پیش آمده تا دانش‌آموزان از چوب خط در جای مناسب آن استفاده کنند. در قسمت (پ) این داده‌های جمع‌آوری شده با هم جمع می‌شوند. بنابراین مثلاً اگر تعداد دانش‌آموزان شما ۳۰ نفر باشد، روی هم $۶۰۰ = ۳۰ \times ۲۰$ داده در کلاس جمع‌آوری شده است که می‌تواند تا حدودی بیانگر تعداد زیاد آزمایش‌ها باشد.

آنچه در این قسمت مهم است بررسی داده‌ها است. در قسمت (ب) در ۲۰ آزمایش ممکن است اتفاقات مختلفی افتاده باشد و نتیجه با انتظاری که در قسمت (الف) تبیین شده بود، متفاوت باشد؛ چرا که نتیجه یک آزمایش تصادفی در تعداد تکرارهای کم، اساساً قابل پیش‌بینی نیست. اما در قسمت (پ) انتظار می‌رود تقریباً در نیمی از ۶۰۰ آزمایش مهره قرمز مشاهده شده باشد. تأکید روی دو عبارت غیرقطعی «انتظار می‌رود» و «تقریباً» در تحلیل داده‌ها بسیار مهم است. ضمن آنکه ممکن است این انتظار در ۶۰۰ آزمایش هم برآورده نشود.

کار در کلاس این قسمت هم در ادامه فعالیت و با تأکید بر همین موضوعات طرح شده است. در کاردرکلاس (۲) نتایج ۱۰۰۰۰ بار آزمایش در یک جدول خلاصه شده‌اند. با توجه به تعداد زیاد آزمایش‌ها انتظار داریم که رنگ‌ها در نمودار دایره‌ای مربوط به نتایج، تقریباً به همان نسبتی که رنگ‌ها در چرخنده دیده می‌شوند، مشاهده شوند.

در فعالیت بعدی، یک بازی شانسی آمده است که در آن هیچ کدام از بازیکنان نسبت به دیگری امتیازی ندارد. این بازی یک بازی عادلانه است و در یک دور بازی ممکن است هر کدام از بازیکنان برنده شوند و نتیجه قابل پیش‌بینی نیست، اما در تعداد بازی‌های زیاد، انتظار می‌رود هر بازیکن تقریباً

در نصف موارد برنده شده باشد.

دقت کنید که ممکن است دانش‌آموزان تجربه کافی برای تعیین عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌ها نداشته باشند و تجربه‌های شخصی در تعداد آزمایش‌های کم در تصمیم‌گیری‌هایشان دخالت داشته باشد. با ایجاد فرصت برای تکرار زیاد هر بازی یا استفاده از مولدهای تصادفی مجازی برای تکرار زیاد بازی شبیه‌سازی شده می‌توانید به تجربه دانش‌آموزان اضافه کنید و آنها را در درک بهتر مفهوم احتمال یاری نمایید.

در کار در کلاس (۱) که در ادامه آمده است، چند بازی ساده‌تر معرفی شده‌اند.

بازی (الف) عادلانه است. بازی (ب) عادلانه نیست. در بازی عادلانه (پ) اگر عقربه روی رنگ دیگری بایستد، بازی بدون برنده است. بازی (ت) ناعادلانه است.

کار در کلاس (۲) هم به توسعه به مفهوم پرداخته است. این کار در کلاس پاسخ‌های مختلفی دارد. (۱۰ آبی، ۱۰ سبز)، اولین پاسخی است که به ذهن می‌رسد، اما پاسخ (۵ آبی، ۵ سبز، ۱۰ قرمز) هم می‌تواند یکی از پاسخ‌های درست باشد.

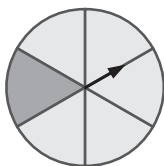
دقت کنید :

در کار در کلاس ۳ صفحه ۱۳۵، منظور از جمله «احتمال مشاهده کدام شکل بیشتر است؟»، «احتمال مشاهده کدام شکل نسبت به هر یک از شکل‌های دیگر بیشتر است؟» هست که پاسخ، شکل دایره است.

در تمرین ۳ صفحه ۱۳۷، در پاسخ سینا و مینا، منظور احتمال اینکه عقربه روی سبز (یا زرد) بایستد، بیشتر از هر یک از رنگ‌های دیگر است.

در سؤال ۴ صفحه ۱۳۷، نیز منظور، احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید نسبت به احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از رنگ‌های دیگر هست.

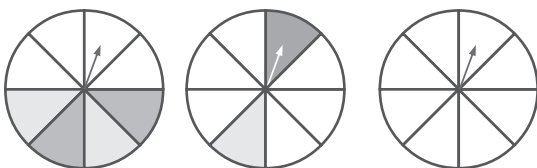
حل بعضی از تمرین‌ها



در تمرین (۲) درباره ۵ بار پرتاب سکه سؤال شده است. پاسخ این تمرین «بله» است؛ یعنی ممکن است که سکه هر ۵ بار رو بیاید. تجربه می‌تواند به دانش‌آموزان در تشخیص این مطلب کمک کند.

در تمرین (۳) قسمت‌ها مساوی نیستند و با اضافه کردن خط و مساوی کردن قسمت‌ها معلوم می‌شود که مینا درست می‌گوید.

تمرین (۴) پاسخ‌های مختلفی دارد و درستی یا نادرستی هر پاسخ باید با مراجعه به صورت سؤال بررسی شود. در اینجا چند مورد از پاسخ‌های درست آمده است:



توصیه‌های آموزشی

طراحی و انجام بازی‌های شانس به کمک ابزارهای واقعی یا مجازی مولد تصادفی، مهم‌ترین اقدام برای توسعه درک دانش‌آموزان و آماده‌سازی آنها برای عبور از این مرحله از شناخت احتمال است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان نتایج یک بازی شانس را حدس بزنند. سپس هریک به‌طور جداگانه آزمایش کنند، نتایج را به کمک نمودار ستونی و یا در جدول داده‌ها نمایش دهند و با هم مقایسه کنند و پس از چند بار تکرار، پیش‌بینی‌شان را در صورت لزوم تعدیل کنند. مهم است که دانش‌آموزان در پایان این درس بدانند که نتیجه یک آزمایش تصادفی قابل پیش‌بینی نیست اما در تعداد زیاد آزمایش‌ها می‌توان گفت که تقریباً انتظار داریم چه نتایجی را مشاهده کنیم.

بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی از دانش‌آموزان از عبارتهایی که امکان رخ دادن یک اتفاق را بیان می‌کنند، از لحاظ ادبی درست استفاده نمی‌کنند. گاهی باور به بدشانسی و خوش‌شانسی در پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات مربوط به احتمال می‌دهند، دیده می‌شود. برخی از دانش‌آموزان این تصور را دارند که $\begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$ کمتر از عددهای دیگر در نتیجه پرتاب یک تاس مشاهده می‌شود.

مراجعه به نتایج تعداد کمی آزمایش تصادفی برای دادن حکم کلی درباره آن نیز یکی دیگر از بدفهمی‌های رایج در این مبحث است.

پاسخ معما و سرگرمی

در بازی ارائه شده در معما و سرگرمی، جدول‌های زیر نشان می‌دهند که در مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس، اعداد ۲ تا ۱۲ شانس برابری ندارند، به همین دلیل ماشین‌ها نیز چون براساس مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس شماره‌گذاری شده‌اند، شانس برابری برای حرکت ندارند. بنابراین این بازی، بازی عادلانه‌ای نیست.

جدول نتایج جمع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس

+	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

جدول تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس برای اعداد ۲ تا ۱۲

اعداد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌های ممکن	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

البته نیاز نیست که به دانش‌آموزان از این طریق بیان شود که این بازی عادلانه نیست، بلکه دانش‌آموزان بایستی با انجام بازی و تجربه‌ای که در جریان این بازی کسب می‌کنند، به ناعادلانه بودن بازی برسند.

