

میانگین

اهداف

- ۱- آشنایی با مفهوم میانگین
 - ۲- آشنایی با بازنمایی جبری و هندسی از مفهوم میانگین
 - ۳- توانایی در محاسبه میانگین چند عدد
 - ۴- استفاده از مفهوم میانگین در حل مسئله‌ها
- ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- میله و حلقه یا تعدادی مکعب
 - ۲- ماشین حساب

روش تدریس

این درس برای دانش‌آموزان، جدید است و پیش از این در هیچ یک از مباحث درسی به آن پرداخته نشده است.

پیشنهاد می‌شود درس را با انجام عملی فعالیت اول آغاز کنید. می‌توانید نمایشی اجرا کنید و به کمک میله و حلقه یا تعدادی مکعب دو ستون به ارتفاع ۳ و ۷ آماده کنید. سپس مسئله را که مساوی کردن ارتفاع این دو ستون با استفاده از همین ابزار است، مطرح کنید. اجازه دهید دانش‌آموزان راه‌حل‌های خودشان را در کلاس توضیح دهند. سپس از دانش‌آموزان بخواهید به راه‌حل‌های ارائه شده در کتاب نگاه کنند و هر کدام را توضیح دهند و درباره اینکه کدام راه‌حل‌های ارائه شده در کلاس، شبیه هر کدام از این راه‌ها است، گفتگو کنند.

در راه حل سمت راست، یک نفر همه حلقه‌ها را بیرون آورده و دوباره یکی یکی و به صورت

مساوی در میله‌ها قرار می‌دهد. در راه حل سمت چپ یک نفر از ستونی که ارتفاع بیشتری دارد، حلقه برمی‌دارد و روی ستونی که ارتفاع کمتری دارد، قرار می‌دهد تا دو ستون هم ارتفاع شوند. این فعالیت، تصویری از میانگین ارائه می‌دهد که به درک بهتر این مفهوم کمک می‌کند. فعالیت دوم نیز به ارائه بازنمایی هندسی مفهوم میانگین (هم ارتفاع کردن ستون‌ها) و بازنمایی جبری آن (میانگین چند عدد برابر است با حاصل جمع آن عددها تقسیم بر تعداد آنها) می‌پردازد. پیشنهاد می‌شود این فعالیت در گروه‌های دانش‌آموزی کوچک انجام شود. در آخرین سؤال مطرح شده در این فعالیت، به یکی از کاربردهای میانگین به‌طور ضمنی اشاره شده است.

کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بیشتر به محاسبه میانگین پرداخته است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان پس از آنکه به‌صورت فردی آنها را حل کردند، پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه نمایند و درباره درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان بحث کنند. در کار در کلاس (۳) میانگین به‌صورت عدد مخلوط آمده است و می‌تواند فرصتی برای گفتگو در گروه ایجاد کند. فعالیت بعدی به ارائه روش دیگری برای محاسبه میانگین چند عدد پرداخته است. دقت فرمایید که لازم نیست دانش‌آموزان این روش را حفظ کنند و در موارد دیگر به کار ببرند، بلکه هدف فعالیت، بیان این مطلب است که با مراجعه به مفهوم میانگین و استفاده از آن می‌توان روش‌های میانبری برای محاسبه میانگین پیدا کرد. البته تنها یک روش میانبر وجود ندارد و روش‌های مختلفی می‌توان یافت. مثلاً وقتی می‌خواهیم میانگین ۵ عدد ۲۰، ۲۰، ۱۷، ۱۹ و ۱۹ را حساب کنیم می‌توانیم ببینیم که هر عدد چند واحد از ۲۰ کمتر است، ۰، ۰، ۳، ۱ و ۱. حالا اگر این عددها را با هم جمع کنیم و بر ۵ تقسیم کنیم، حاصل ۱ می‌شود. پس این عددها به‌طور متوسط یک واحد از ۲۰ کمترند. پس میانگین این داده‌ها برابر است با $20 - 1 = 19$

فعالیت پیشنهادی

پیشنهاد می‌شود فعالیت ۱ و ۲ قبل از فعالیت صفحه ۱۳۰ کتاب درسی انجام شود.

فعالیت ۱

اهداف: ایجاد زمینه برای درک مفهوم میانگین

زمان: ۱۰ دقیقه

روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.
- ۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود معلم کلاس پنجم ۲ کتاب به گروه شماره ۱، ۴ کتاب به گروه شماره ۲ و ۳ کتاب به گروه شماره ۳، برای مطالعه داده است. اگر معلم بخواهد این کتاب‌ها را به طور مساوی بین ۳ گروه تقسیم کند به هر گروه چند کتاب برای مطالعه داده می‌شود؟
- ۳- پس از مشورت گروه‌ها، به انتخاب معلم، دو گروه نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره کار آنها اظهار نظر می‌کنند.
- ۴- گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده درباره نحوه کار خود توضیح می‌دهد.

فعالیت ۲

اهداف : درک مفهوم میانگین

زمان : ۱۰ دقیقه

روش اجرا :

- ۱- دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.
- ۲- توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود.
علی دانش‌آموز کلاس هفتم است. نمرات ریاضی او در چهار ماهه اول سال به ترتیب ۱۸، ۱۶ و ۱۵ است. به نظر شما معلم ریاضی چه نمره‌ای را برای کارنامه او در نظر گرفته است؟
- ۳- پس از مشورت گروه‌ها دو گروه به انتخاب معلم نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره درستی کار آنها اظهار نظر می‌کنند.
- ۴- گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده درباره نحوه کار خود توضیح می‌دهد.
- ۵- توسط معلم مفهوم میانگین بیان می‌شود و از دانش‌آموزان سؤال می‌شود چه کاربردهای دیگری را برای میانگین در زندگی روزمره می‌شناسند.

حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین‌های (۱) و (۵) به طور ضمنی به یکی از کاربردهای میانگین اشاره دارند. پاسخ تمرین (۱)،
چهل و شش سانتی‌متر و پاسخ تمرین (۵)، حدوداً $۱۰٬۰۰۰٬۰۰۰ = ۵۰ \times ۵۰۰ \times ۴۰۰$ تومان است.
(در این محاسبه، هر سال تقریباً ۵۰ هفته در نظر گرفته شده است.)

توصیه : امکان دارد دانش آموزان هر سؤالی را از طریق چند راه مختلف حل کنند. در اینجا دو راه حل پیشنهادی به عنوان نمونه برای حل سؤال ۶ ارائه شده است.

روش اول : استفاده از راهبرد زیر مسئله

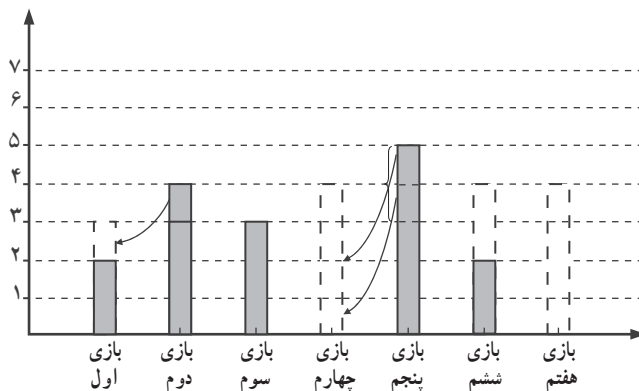
میانگین تعداد گل ها در ۷ بازی قرار است برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل ها باید $7 \times 3 = 21$ باشد. پس مجموع تعداد گل ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید :

$$\text{گل} = 21 - (2 + 4 + 3 + 0 + 5 + 2) = 5$$

روش دوم : استفاده از راهبرد رسم شکل

با توجه به اینکه میانگین تعداد گل ها باید ۳ باشد، با استفاده از مفهوم میانگین، تا آنجایی که ممکن است تعداد گل های ۶ بازی را یکسان سازی می کنیم (یعنی از بازی هایی که تعداد گل هایشان بیشتر از ۳ است، از تعداد گل هایش کم می کنیم و به گل های بازی هایی که تعداد گل هایشان کمتر از ۳ است اضافه می کنیم تا تعداد گل زده در هر بازی از شش بازی به ۳ برسد).

پس از انجام این مرحله، با توجه به اینکه به طور میانگین در هر بازی از ۷ بازی باید ۳ گل زده شده باشد، تعداد گل هایی که مورد نیاز است تا تعداد گل های هر بازی به ۳ برسد را با رنگ قرمز رسم می کنیم. بنابراین تعداد گل های مورد نیاز برای آنکه تعداد گل های هر بازی به طور میانگین به ۳ برسد، طبق شکل برابر ۵ هست. پس در بازی هفتم باید ۵ گل زده شود.



در تمرین (۶)، قرار است میانگین تعداد گل ها در ۷ بازی برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل ها باید $7 \times 3 = 21$ باشد، پس مجموع تعداد گل ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می کنیم تا پاسخ مسئله به دست آید :

$$\text{گل} = 21 - (2 + 4 + 3 + 0 + 5 + 2) = 5$$

۷- الف) مجموع چهار عدد : $40 = 10 \times 4$

ب) مجموع دو عدد دیگر : $13 = (25+2) - 40$ ، پس دو عدد دیگر می توانند، (۳ و ۱۰) ، (۴ و ۹) ، (۵ و ۸) یا (۶ و ۷) باشند.

توصیه های آموزشی

لازم است دانش آموزان پیش از درگیر شدن در مسئله های پیچیده این درس، به خوبی با مفهوم میانگین آشنا باشند.

استفاده از ماشین حساب برای محاسبه میانگین توصیه می شود.

بدفهمی های رایج دانش آموزان

گاهی برخی از دانش آموزان از میانگین در حل مسئله هایی که به این موضوع ارتباطی ندارند استفاده می کنند. مثلاً به مسئله زیر توجه کنید :

«اتومبیلی مسیری را با سرعت 50° کیلومتر در ساعت رفت و با سرعت 70° کیلومتر در ساعت برگشت. سرعت متوسط این اتومبیل در رفت و برگشت چقدر بوده است؟»

به نظر می رسد، دلیل این اشتباه واژه های یکسان (متوسط) برای بیان انواع میانگین است. پاسخ این مسئله برابر 60° یعنی میانگین حسابی 50° و 70° نیست، بلکه پاسخ با میانگین همساز 50° و 70° یعنی $58/3$ برابر است (همانطور که در بخش دانستنی هایی برای معلم بیان شد). پیشنهاد می شود که دانش آموزان به صورت زودرس در معرض این نوع مسئله ها قرار نگیرند و در صورت لزوم مسئله را به کمک رسم شکل، مورد تحلیل قرار دهند.