

حجم

اهداف

- ۱- قانون بقای حجم را بداند و به کار گیرد. (حجم یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن تغییر نمی کند).
- ۲- بتواند حجم شکل را با داشتن واحدهای مختلف محاسبه کند.
- ۳- واحد اندازه گیری حجم جامدات (سانتی متر مکعب) را بداند.
- ۴- فرمول حجم مکعب مستطیل را بداند و آن را در حل مسائل به کار گیرد.
- ۵- حجم یک مکعب مستطیل را با داشتن اندازه ابعاد آن در حالت گسترده نیز محاسبه کند.
- ۶- حجم شکل های ترکیبی را محاسبه کند.
- ۷- بتواند حجم شکل های مختلف را تخمین بزند.

روش تدریس

تمام فعالیت های این قسمت ناظر به مفهوم بقای حجم است که مطالعات روان شناسی سن ۱۱ سال را برای مواجهه و فهم آن مناسب دانسته اند. هدف این است که دانش آموز بداند چیدمان متفاوت تعداد مشخصی مکعب، حجم متفاوتی را برای شکل حاصل، نخواهد داشت و حجم کلی یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن عوض نمی شود. در این فعالیت سعی شده است از مثال هایی که با زندگی روزمره دانش آموزان عجین است استفاده شود. این فعالیت به جامدات صلب توپیر اشاره دارد و لذا اجسام کشسانی و گازها مورد نظر این فعالیت نیست.

به معلمان پیشنهاد می‌شود در صورت ناکافی دانستن این مثال‌ها، برای دانش‌آموزان مثال‌های بیشتری ارائه کنند.

در فعالیت صفحه ۱۱۴ هدف این است که دانش‌آموزان ابتدا با محاسبه حجم شکل با دو واحد متفاوت در شماره ۱ به دو اندازه متفاوت دست پیدا کنند تا لزوم وجود واحد استاندارد را حس کنند. لذا واحد سانتی‌متر مکعب به دانش‌آموزان معرفی می‌شود.

در فعالیت شماره ۲ هدف این است که در قالب یک جدول، تفاوت کاربری واحدهای مختلف اندازه‌گیری مثل سانتی‌متر / متر، لیتر و سانتی‌متر مکعب برای دانش‌آموز دسته‌بندی و منظم شود. در فعالیت ۳ محاسبه حجم جامدات منظم مدنظر است و برای شروع مکعب مستطیل انتخاب شده است.

در این فعالیت به کمک راهبردهای چندگانه، حجم مکعب مستطیل به ۳ طریق اندازه‌گیری می‌شود و هدف این است که در پایان دانش‌آموز بتواند به‌دستور کلی محاسبه حجم مکعب مستطیل دست پیدا کند.

در فعالیت صفحه ۱۱۵ نیز دانش‌آموز برای پیدا کردن حجم شکل مرکب با روش‌های متفاوت مواجه می‌شود.

در روش اول شکل، با رسم خط افقی به دو مکعب بالایی و پایینی تقسیم شده است، در روش دوم حجم شکل به شکل مجموع حجم دو مکعب مستطیل سمت چپ و راست محاسبه شدنی است و در روش سوم با کم کردن حجم فضای خالی از حجم مکعب مستطیل کامل شده، حجم قسمت رنگی محاسبه می‌شود.

در ادامه فعالیت، از دانش‌آموزان خواسته شده است که راه حل دیگری پیشنهاد بدهند. می‌توان با رسم خط افقی و عمودی شکل را به ۳ مکعب مستطیل تبدیل کرد و حجم را محاسبه کرد. دقت شود که استفاده از فرمول کلی «مساحت قاعده $\times$ ارتفاع» جزء اهداف آموزش این کتاب نیست.

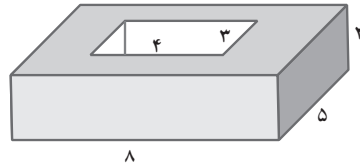
حل برخی تمرین‌ها

کار در کلاس صفحه ۱۱۵ : در تمرین ۱ در دو مکعب اول و سوم اندازه‌ها یکی است. هدف این است که تأکید شود تغییر شکل جسم، تغییر حجم آن را نتیجه نمی‌دهد.

حجم مکعب مستطیل داخلی - حجم مکعب مستطیل بیرونی = حجم شکل رنگی

$$= 2 \times 5 \times 8 - 4 \times 3 \times 2 =$$

$$= 80 - 24 = 56 \text{ سانتی متر مکعب}$$



در تمرین ۱ قسمت (پ) بهتر است دانش آموز با انجام قسمت الف و ب متوجه این نکته شود که حجم ده کتاب هم اندازه روی هم ۱۰ برابر حجم کتاب اول است و نیازی به محاسبه نیست. هر چند محاسبه هم اشکالی ندارد.

در تمرین ۲ هدف این است که ارتباط ریاضی با زندگی روزمره نشان داده شود. انتظار این است که در نگاه اول دانش آموز حجم مکعب مستطیل را بیشتر از حجم مکعب تخمین بزند.

اما بعد از محاسبه متوجه خواهد شد که حجم دو شکل برابر است. برای قسمت آخر این سؤال ممکن است دانش آموزی مکعب مستطیل را انتخاب کند با این استدلال که حجم آن بیشتر به نظر می آید و مشتری را بیشتر جلب می کند. این استدلال بیشتر هدف این کتاب را تأمین می کند.

ولی این امکان هم وجود دارد که دانش آموز مکعب مستطیل را انتخاب کند به این دلیل که جعبه برای پودر لباس شویی در نظر گرفته شده و لذا در دست گرفتن آن ساده تر از مکعب است که باز هم پاسخ صحیح است.

این احتمال هم وجود دارد که به هر دلیل قابل قبولی دانش آموز مکعب را انتخاب کند. به هر حال هدف این سؤال تقویت قدرت استدلال دانش آموز و کاربرد ریاضی در زندگی است.

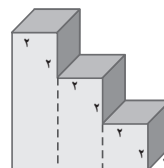
تمرین ۴ صفحه ۱۱۷ : حجم هر شکل به چندین روش قابل محاسبه است و تمامی روش های درست قابل قبول است.

روش اول :

حجم مکعب سوم + حجم مکعب مستطیل دوم + حجم مکعب مستطیل اول = حجم شکل

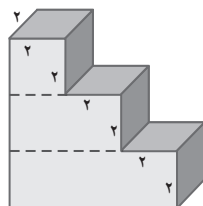
$$= 2 \times 2 \times 6 + 2 \times 2 \times 4 + 2 \times 2 \times 2$$

$$= 24 + 16 + 8 = 48 \text{ سانتی متر مکعب}$$



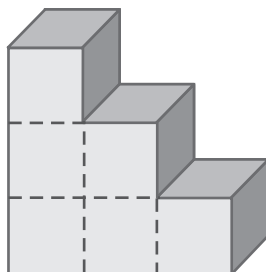
روش دوم :

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب مستطیل پایینی} + \text{حجم مکعب مستطیل وسطی} + \text{حجم مکعب بالایی} &= \text{حجم شکل} \\ 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 4 \times 2 + 2 \times 6 \times 2 &= \\ 8 + 16 + 24 &= 48 \text{ سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



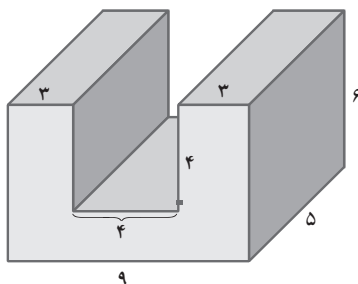
روش سوم :

$$\begin{aligned} \text{شش برابر حجم یک مکعب} &= \text{حجم شکل} \\ 6 \times (2 \times 2 \times 2) &= 6 \times 8 = 48 \\ \text{سانتی متر مکعب} & \end{aligned}$$



در حالت دشوارتر ممکن است دانش آموز بخواهد مکعب را کامل کرده و با کم کردن فضای خالی از کل شکل حجم قسمت رنگی را محاسبه کند.
به همین ترتیب در تمرین ۴، شکل سمت چپ هم به چند روش می تواند حل شود.
ساده ترین روش عبارت است از :

$$\begin{aligned} \text{حجم مکعب مستطیل فضای خالی} - \text{حجم مکعب مستطیل کلی} &= \text{حجم شکل} \\ 9 \times 5 \times 6 - 4 \times 4 \times 5 &= \\ 270 - 80 &= 190 \text{ سانتی متر مکعب} \end{aligned}$$



تمرین ۵ صفحه ۱۱۷ : هدف تخمین زدن است. مهارتی که بسیاری از بزرگسالان ما هم در آن آموزش مناسب ندیده‌اند.

قسمت الف) به سادگی قابل حل است.

قسمت ب) حجم چه چیزی ممکن است صد سانتی متر مکعب باشد؟ جعبه‌ای در ابعاد مثلاً ۵ و ۵ و ۴ یا یک جامدادی.

هزار سانتی متر مکعب چطور؟ این فضا در واقع نشان‌دهنده حجم یک لیتر است. پس هر جعبه‌ای که تقریباً به اندازه ۱ لیتر گنجایش داشته باشد می‌تواند جواب مسئله باشد مثل جعبه دستمال کاغذی.

دقت کنید که هزار سانتی متر مکعب ده برابر صد سانتی متر مکعب است. لذا کافی است اشاره شود که هزار سانتی متر مکعب اندازه جعبه‌ای است که در آن ۱۰ تا جامدادی جا می‌شود.

صد هزار سانتی مکعب صد برابر جعبه قبلی است. یعنی جعبه‌ای با ابعاد حدودی ۵۰ و ۵۰ و ۴۰ یا جعبه‌ای که بشود درون آن ۱۰۰ جعبه دستمال کاغذی چید.

تمرین ۶ صفحه ۱۲۷ : جزء سؤالات باز پاسخ است که اگر اعداد اعشاری را لحاظ کنیم بی‌نهایت جواب خواهد داشت. لذا با خواستن ۳ جواب آن را محدود کرده‌ایم. مثل {۶ و ۲ و ۴} یا {۱۲ و ۲ و ۲} یا {۴ و ۴ و ۳}.

استفاده از روش‌هایی که شکل را به کمک خط چین به ۳ مکعب مستطیل مجزا تقسیم می‌کند نیز کاملاً صحیح است.